

**La ecuación lineal en un libro de texto oficial en República Dominicana  
(2013-2023): enseñanza**

**The linear equation in an official textbook in the Dominican Republic  
(2013-2023): teaching**

**Autores**

**Amado Camilo López**

Universidad de Murcia

Facultad de Educación

Murcia, España

[amado.camilol@um.es](mailto:amado.camilol@um.es)

<https://orcid.org/0000-0001-8591-7173>

**Encarnación Sánchez Jiménez**

Universidad de Murcia

Facultad de Educación

Murcia, España

[esanchez@um.es](mailto:esanchez@um.es)

<https://orcid.org/0000-0001-5689-366X>

**Antonio Maurandi López**

Universidad de Murcia

Facultad de Educación

Murcia, España

[amaurandi@um.es](mailto:amaurandi@um.es)

<https://orcid.org/0000-0002-4292-8312>

**La ecuación lineal en un libro de texto oficial en República Dominicana (2013-2023):  
enseñanza**

**The linear equation in an official textbook in the Dominican Republic (2013-2023):  
teaching**

**Resumen**

Este trabajo tiene como objetivo analizar la propuesta del libro de texto *Matemática 1, Educación Media* del Ministerio de Educación de la República Dominicana para la enseñanza de la ecuación lineal con una variable. La metodología empleada se basa en el uso de herramientas de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, ideada por Chevallard, y que constituye el marco teórico para el presente estudio, las cuales nos han permitido identificar ciertos aspectos relativos a la organización matemática propuesta en el libro de texto. Los resultados indican que las actividades propuestas y resueltas contenidas en la unidad analizada, obedecen a una organización matemática más localizada en el bloque práctico que en el bloque teórico, el cual implica una justificación racional de cómo hacer más inteligible la tarea, lo que supondría la incorporación de praxeologías novedosas y retadoras que movilizaran el sentido crítico-analítico de los participantes.

**Palabras clave:** Análisis de Textos, Ecuación lineal, Enseñanza secundaria, República Dominicana

**Abstract**

The purpose of this paper is to analyze the proposal of the textbook *Mathematics 1, Secondary Education* of the Ministry of Education of the Dominican Republic for the teaching of the linear equation with one variable.

The methodology employed is based on the use of tools from the Anthropological Theory of the Didactic, devised by Chevallard, which constitutes the theoretical framework for the present study, and which have enabled us to identify certain aspects related to the mathematical organisation proposed in the textbook. The results indicate that the proposed and solved activities contained in the analysed unit obey a mathematical organisation more located in the practical block than in the theoretical block. This implies a rational justification of how to make the task more intelligible, which would require the incorporation of novel and challenging praxeologies that would mobilise the critical-analytical sense of the participants.

**Keywords:** Text Analysis, Linear Equation, Intermediate education, Dominican Republic.

## Introducción

### Situación problemática

Los libros de texto son documentos didácticos que impactan de forma directa en las instituciones educativas, de forma específica en las aulas de clase; constituyen una herramienta esencial para los docentes y estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje y, de alguna manera, condicionan el accionar pedagógico, de forma particular en el área de matemática.

Es notorio que los libros de texto en cualquiera de sus niveles, brindan información sobre diversos aspectos relativos a las instituciones educativas a través de: los contenidos que se promueven, las tareas que se proponen, las técnicas que se utilizan para realizar las diferentes actividades propuestas, las posibles justificaciones y otros aspectos de origen pedagógico.

En la actualidad, el análisis de ciertos contenidos en los textos escolares, en especial en el área de la matemática, atrae la atención de múltiples investigadores, y es que, “son una fuente fundamental para investigar en la historia de las disciplinas escolares ya que [...] a través de los textos el investigador puede conocer la transposición didáctica que se ha hecho de los programas en las instituciones correspondientes”. (Carrillo, Moreno *et al.*, 2020).

Numerosas investigaciones (Conejo *et al.*, 2019; León, 2019; Burgos *et al.*, 2020; Vargas *et al.*, 2020; Morales-García *et al.*, 2021; Castillo *et al.*, 2022; Céspedes *et al.*, 2022) ponen de relieve el interés por el análisis de los libros texto; en ese sentido, es relevante analizar ciertos contenidos plasmados en los libros de texto que son objeto de uso por los docentes en el desarrollo de su práctica pedagógica, evidenciando de alguna manera la sistematización institucional a partir del uso de ciertos objetos matemáticos.

Por otra parte, algunos trabajos realizados en torno a los análisis de determinados contenidos matemáticos presentes en los manuales escolares utilizados por los docentes en el desarrollo de su práctica áulica, apuntan a exhibir ciertos dilemas en su propuesta en torno a la organización matemática que presentan, limitando su oferta sólo al componente práctico praxeológico (*tareas y técnicas*), «dejando casi en el olvido» el bloque (tecnológico-teórico) orientado a la descripción, comprobación y justificación de las técnicas (Chevallard, 2019).

En este sentido, (González-Martín, 2020) afirma, refiriéndose a la enseñanza de los números reales:

La mayoría de la literatura disponible sobre el aprendizaje de los números reales sigue enfoques cognitivos (centrándose, por ejemplo, en las dificultades de los alumnos para aprender los números reales). Sin embargo, para analizar cómo sucede la enseñanza de los números reales, las herramientas de la TAD permiten identificar, una amplia muestra (que es inhabitual en la literatura), algunas regularidades en la

forma en que los libros de texto parecen organizar los contenidos, así como caracterizar la OM dominante para la enseñanza de los números reales. (p. 21)

Precisamente el análisis de libros de texto posibilita conocer la praxeología dominante en una institución, por ejemplo, la educación secundaria dominicana en un cierto periodo, pero también acercarse a la praxeología que viven en el aula y, con ello, conocer la relación de los sujetos con el saber en juego (Bittar, 2020).

Al parecer, una parte importante de los manuales escolares están cargados de actividades de reproducción, en general, y actividades algorítmicas. La enseñanza a través de los libros de texto parece mostrar una desproporción importante entre los ejercicios de cálculo algebraico que plantean a los alumnos y los que luego han de emplear en la resolución de ecuaciones. Según esto, la organización matemática que se presenta en ciertos textos escolares requiere de una reformulación de la organización praxeológica que presentan, conforme a la densa y compacta estructura que demanda la TAD. Atendiendo a esta demanda algunos investigadores proponen un cuestionamiento didáctico del álgebra que se enseña en secundaria (Ruiz-Munzón *et al.*, 2020).

Otro aspecto a destacar sobre los libros de texto es la movilización de «saberes» que emergen desde sus líneas. El «saber sabio» o saber científico se materializa en los laboratorios, sufre un proceso de metamorfosis, al convertirse en «saber a enseñar», el cual es consumado en los textos escolares antes de ser desarrollado en las aulas en las instituciones educativas y dar lugar al «saber enseñado» (Otaki & Asami-Johansson, 2022).

### Revisión bibliográfica

A continuación, se expone una serie de referentes teóricos para el análisis de los libros de texto, basados en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

De acuerdo con Chevallard (2019), toda actividad humana en una institución puede describirse bajo un único modelo denominado *praxeología*, la cual consta de dos bloques: el primero de origen práctico, denominado praxis, en el cual se encuentran las *tareas* (T) y las *técnicas* ( $\tau$ ); y el segundo, designado como logos, que comprende las *tecnologías* ( $\theta$ ) y las *teorías* ( $\Theta$ ). En este sentido, las praxeologías constituyen el eje motorizador nuclear de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (en adelante TAD), la cual utilizaremos para el análisis de textos escolares, de forma específica, en la unidad temática *ecuaciones lineales con una variable*, dispuesta en el libro de texto analizado.

Las *tareas* (T) están vinculadas a la acción misma de las actividades humanas, en el caso específico del tema que nos ocupa estarían vinculadas con aquellos problemas producto del desarrollo de la temática analizada; por ejemplo, determinar la raíz de una ecuación, o comprobar si una ecuación tiene una solución entera, entre otras; las maneras de realizar una tarea son las

*técnicas* ( $\tau$ ) que, junto con las tareas, constituyen el *saber-hacer*. Toda técnica deberá ampararse en un eslabón de mayor connotación jerárquica que la explique y justifique de una manera racional, la cual denominaremos *tecnología* ( $\theta$ ). La *teoría* ( $\Theta$ ), consistente en un nivel superior de *justificación-explicación-producción*, por su parte, brinda a la *tecnología* ( $\theta$ ) lo que ésta supone a la *técnica*. Cabe destacar que esta sistematicidad no tiene límite, ya que puede existir una teoría de teoría que pueda justificar la primera (Chevallard, 2019). El análisis praxeológico es un modo de tipificar, de alguna manera, la relación de un objeto matemático con una institución particular dada.

De acuerdo con su complejidad una *praxeología* puede ser puntual ( $T/\tau/\theta/\Theta$ ), si se trata de una praxeología relativa a un tipo de *tareas*, que es a su vez, amparada por una *técnica*, la cual depende de una *tecnología*, que es justificada por una *teoría*. Varias praxeologías puntuales que comparten una misma tecnología que justifica y relaciona todas las técnicas de esas praxeologías forman una *praxeología local*; cuando varias praxeologías locales se articulan e integran en torno a una misma teoría matemática, se está ante una *praxeología regional*; por último, varias de estas praxeologías pueden componerse e integrar varias teorías y formar así una *praxeología global*.

Del mismo modo que se habla de praxeologías u organizaciones matemáticas, podemos hablar de praxeologías u *organizaciones didácticas*, que se componen igualmente de una praxis y de un logos didáctico; en este caso, un tipo de tareas didácticas que abordan los docentes es procurar que sus alumnos incorporen a las praxeologías de las que disponen nuevas praxeologías matemáticas. La noción de praxeología didáctica ayuda a modelizar un proceso de estudio.

En todo proceso de estudio se observan, además, facetas invariantes que Chevallard definió como *momentos del estudio*, cada uno de los cuales hace referencia a una dimensión y cumple una función: momento del *primer encuentro* con un cierto tipo de tareas; momento *exploratorio* del tipo de tareas (que debería llevar a construir una primera técnica); momento de *construcción de un entorno tecnológico-teórico* (que explique y justifique la técnica); momento de *trabajo de la técnica* (rutinizar la técnica, incluso hacer evolucionar la técnica existente generar otras variantes); momento de la *institucionalización* (de los componentes matemáticos de la praxeología); momento de la *evaluación* de las tareas, las técnicas construidas y el logos asociado. (Artaud & Cirade, 2021).

Para la TAD son también fundamentales las condiciones institucionales en las que se desarrolla un proceso de estudio. Este análisis *ecológico* tiene en cuenta, en particular, el contexto político y educativo en el que se circunscribe la enseñanza y que motiva las elecciones que se llevan a cabo para el estudio en la institución considerada, en nuestro caso la enseñanza secundaria en la República Dominicana en la última década. En dicho marco se insta a que el

análisis de una propuesta didáctica abarque a las instituciones que pertenecen a la *noosfera*, o sea, aquellas donde se producen los cambios en el sistema educativo, lo que supone considerar niveles que van más allá del disciplinar o didáctico y que involucran a la Pedagogía, la Escuela o la Sociedad (Licera *et al.*, 2019).

### **Teoría**

La presente investigación está circunscrita bajo el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la cual, ubica la actividad matemática, en particular el estudio de los procesos matemáticos, en el conglomerado de actividades humanas en las instituciones sociales (Bosch y Gascón, 2009); en este orden, cualquier actividad realizada por un individuo, en un determinado ámbito, puede ser descrito en términos praxeológicos; por consiguiente, las acciones que se esquematizan en los libros de texto escolares, en particular los del área de matemática, constituyen aspectos de interés para la TAD.

La concepción de praxeología estaría vinculada a dos componentes: el primero, de origen práctico, lo constituyen las tareas y las técnicas y el segundo lo forman las tecnologías y las teorías; las praxeologías están ligadas a una determinada institución, en nuestro caso el sistema público de enseñanza secundaria dominicana durante el periodo estudiado, en tanto que entidad o estructura que asume un papel formativo y una función escolar (Chevallard, 2019).

### **Objetivo**

El propósito de este estudio es describir y analizar el contenido «ecuaciones lineales con una variable», propuesto en el texto oficial de referencia para la educación secundaria en República Dominicana en la última década, el libro de texto *Matemática 1, Educación Media* (Peña, 2013), edición especial para el Ministerio de Educación de la República Dominicana (MINERD) y libro oficial en el país desde su publicación hasta el presente curso, a partir de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). En ese sentido, nos ocuparemos de identificar la praxeología matemática que promueve el autor en el libro de texto mencionado a través de las definiciones, las actividades propuestas y resueltas en el documento y las justificaciones, así como de comentar ciertas condiciones institucionales, relacionadas con los desajustes entre el calendario establecido inicialmente en la legislación y el calendario real de implantación de las reformas. Hay que tener en cuenta que todo lo relativo a la resolución de ecuaciones es una dimensión importante del álgebra y que las formas de concebir este objeto matemático informan sobre la manera en la que se aborda el álgebra (Proulx, 2020).

### **Materiales y método**

### **Clasificación de la investigación**

Se trata de un estudio relativo a la propuesta de enseñanza, que responde al currículum oficial, tal como se plasma en un texto escolar que ha sido la referencia, incluso oficial, durante diez años para la enseñanza de una disciplina, lo que determina el método usado, el cual es una combinación del método histórico y las herramientas metodológicas propias de la disciplina concreta, en este caso las matemáticas. La investigación en historia de la educación matemática, requiere recurrir tanto a los métodos de análisis históricos como a las herramientas de la investigación en didáctica de la matemática (Dólera y Sánchez-Jiménez, 2024). En cuanto a estas últimas, para este estudio se emplean las de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD); son varios los trabajos que avalan la utilidad de esta combinación (Carrillo, Matos *et al.*, 2020; González & Valente, 2020).

El método de investigación que se utiliza en este artículo tiene una componente descriptiva, puede considerarse una metodología descriptiva cualitativa, que pretende describir la propuesta didáctica relativa a un cierto objeto matemático, la ecuación lineal, plasmada en un manual escolar, representativo, como se verá a continuación, del tipo de propuestas que se planteaban para ese nivel en aquel periodo de tiempo. Se identificarán en el capítulo que trata el tópico de enseñanza elegido los elementos de una praxeología u organización matemática, tanto las tareas y las técnicas expuestas, relativas a la praxis, como los elementos justificativos de las técnicas, o logos. Asimismo, se analiza la presencia o ausencia de ciertos *momentos didácticos*, a partir de lo cual se extraerán algunos datos sobre la praxeología u organización didáctica que promueve este texto.

Además de describir una propuesta de enseñanza, este artículo se propone interpretar y analizar dicha proposición y, además, situarla en su contexto sociopolítico, para lo que se considera no solo aspectos relativos a este contenido matemático o a la disciplina en sí, sino aquellos factores institucionales o cambios legislativos, entre otros, que influyen en el desarrollo de la matemática en los textos escolares, como se refleja en el apartado de resultados.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) ayudará a identificar la organización matemática propuesta en el libro de texto que analizamos: la praxis en torno a este tema a través de los ejercicios resueltos y propuestos, los conceptos matemáticos propios de la temática analizada, las explicaciones utilizadas para hacer más inteligibles las técnicas, y otros matices que pudiera contener la unidad temática seleccionada. En definitiva, se explicará la matemática «a enseñar» relativa a la ecuación lineal y esto se hará describiendo la organización praxeológica en dicho texto, ya que, como expresa Chaachoua (2010, p. 4), citando a Marianna Bosch y Josep Gascón,

Comme le précise (Bosch y Gascon, 2009) l'organisation mathématique à enseigner constitue un modèle praxéologique du curriculum mathématiques qui est obtenu à partir des programmes et les manuels. L'identification de ces OM à enseigner passe par la caractérisation du type de tâches institutionnel qui est une «re»construction du chercheur à partir de l'analyse des manuels et des programmes<sup>1</sup>.

Para analizar la manera en la que el libro de texto oficial para la Educación Media en República Dominicana entre 2013 y 2023 aborda la ecuación lineal con una variable, es preciso disponer de un **modelo epistemológico de referencia** (Florensa *et al.*, 2020) relativo a este objeto matemático, modelo que ha de describirse en términos praxeológicos. El modelo epistemológico de referencia (MER) propuesto en (Briant & Bronner, 2017) a partir de los trabajos de Chaachoua, se ha revelado útil anteriormente para precisar la organización matemática relativa a la ecuación lineal de primer grado en un libro de texto (Dólera & Sánchez-Jiménez, 2019). Considera un tipo de tarea T: resolver una ecuación lineal de grado 1 (sin coeficientes fraccionarios), que desglosa en dos subtareas:  $T_1$  y  $T_2$ , según que la ecuación tenga la forma de dos polinomios de grado 1 igualados, o que tenga la forma de un polinomio de grado 1 igualado a una constante. Las dos técnicas que presentan (Briant & Bronner, 2017) están relacionadas, comparten algunos pasos, pero no es solo eso.

La primera técnica ( $\tau_1$ ) o *resolución mediante operador* (suma de opuestos, producto por el inverso) consiste en: desarrollar ambos miembros si hay paréntesis; sumar a ambos miembros el opuesto de cada término del segundo miembro con parte literal y el opuesto de cada término independiente del primer miembro; reducir los dos miembros; dividir ambos miembros por el coeficiente principal si este no es 1; calcular el resultado de la división si el resultado se quiere en forma decimal. En la segunda técnica, o técnica de la transposición ( $\tau_2$ ), el segundo paso es transponer términos, dejando los que tengan la variable en el miembro de la izquierda y los que no, a la derecha, y el cuarto paso también consiste en transponer al otro miembro el coeficiente principal si no es 1.

La tecnología que justifica estas técnicas es que, por un lado, dos expresiones algebraicas tales que resultan una de la otra al factorizar y desarrollar o reducir términos son equivalentes y, por otro, que el conjunto solución tampoco varía si se suman los mismos términos

<sup>1</sup> Como afirman (Bosch y Gascón, 2009), la organización matemática a enseñar constituye un modelo praxeológico del currículo de matemáticas, que se obtiene a partir de los programas y libros de texto. La identificación de estas OM a enseñar implica la caracterización del tipo de tareas institucionales, lo que supone una "re"construcción por parte del investigador a partir del análisis de los libros de texto y los programas de estudio.

a ambos miembros de la ecuación o si se multiplican ambos números por un mismo número diferente de 0. Así pues, la técnica de la transposición se puede considerar como una evolución o una rutinización de la resolución mediante operador.

## Fuentes

Resulta imperante reconocer que cuando se estudian textos escolares en Educación Matemática, hay que considerar que se estudian fuentes primarias para determinar el estado del conocimiento científico planteado en los planes de estudio, estos constituyen uno de los recursos más usado por los docentes y alumnos como instrumento guía en el proceso pedagógico (Salcedo, 2020), que de alguna manera es modelado en las aulas de clase, incorporando ciertos gestos del saber. En este caso se han usado como principales fuentes primarias, para analizar cómo se introduce la ecuación lineal en la educación secundaria dominicana, el libro *Matemática I. Educación Media* y otros del mismo autor (Peña, 2004, 2006, 2013), así como diversos documentos publicados por el Ministerio de Educación de la República Dominicana y otros organismos, la mayoría dependientes de él, que se usarán como referencias para comentar algunas cuestiones de tipo ecológico.

El libro elegido para analizar el tratamiento que se da a la ecuación lineal se edita en 2013 para el primer curso del nivel secundario, pero de la (antigua estructura del Sistema Educativo Dominicano preuniversitario), lo que desde ese momento pasaría a ser el tercer curso de la etapa secundaria (el último del primer ciclo de los dos en los que se divide esta etapa). El autor es Rafael Peña Geraldino, profesor de la Universidad Autónoma de Santo Domingo (UASD) desde inicios de los setenta, director de la Escuela de Matemáticas entre 1987 y 1990, y miembro de la Comisión Ejecutiva para la Reforma y Transformación Universitaria (UASD) en el momento de edición del libro.

Se trata de un texto que el propio MINERD distribuía cada año de manera gratuita en los centros de secundaria como referencia curricular y metodológica para profesores y alumnos.

Así, no se trata simplemente de un libro escrito para la asignatura de matemáticas en los centros de enseñanza secundaria, sino que ha sido un texto de referencia en todo el país durante la pasada década y ha servido para orientar a los profesores y guiar la enseñanza de la matemática en ese nivel. Se puede considerar por ello, representativo de la matemática a enseñar en la institución nivel secundario en la República Dominicana en la década que comprende desde la Ordenanza 03-2013, que modifica la estructura académica del Sistema Educativo Dominicano (Ministerio de Educación de la República Dominicana, 2013a) hasta la edición, por parte del MINERD, de nuevos libros diseñados para esta etapa educativa, en 2023.

Si se tiene en cuenta, además, que el inicio del álgebra, que en esta etapa se suele asociar a la introducción del objeto 'ecuación', es un rasgo que marca el paso a la enseñanza secundaria, el análisis didáctico de cómo se produce esa introducción en el texto elegido puede ser un indicador fiable de la matemática que, a nivel institucional, los profesores han de enseñar.

## Resultados y discusiones

### La ecuación lineal con una variable en el libro de texto *Matemática 1. Educación Media*

Una tarea prescrita al alumno puede considerarse como una combinación del enunciado y de los elementos del contexto en el que se prescribe la tarea. Podemos diferenciar: conocimientos institucionalizados previamente, problemas ya resueltos, si el enunciado se refiere a un capítulo concreto, o si algunas técnicas suelen asociarse, por ejemplo, a ciertos elementos, configuraciones u otros ostensibles. Algunos docentes piensan que la función de los ejercicios tras una actividad de estudio e investigación es que los alumnos identifiquen la clase de tareas implicadas y usen las técnicas recién adquiridas (Bourgade, 2022).

Se comienza pues, situando la ecuación lineal en el conjunto del texto estudiado. En el libro *Matemática. Educación Media 1* (Peña, 2013), el tema en el que se aborda es el número 8 de un total de 10. El álgebra se inicia en el capítulo 3, con el estudio de los polinomios; continúa con el capítulo 4 «Potenciación, Radicación y Factorización», en el que se abordan estas operaciones con números naturales y enteros y también expresiones algebraicas, el capítulo 5, que se dedica a cuestiones de divisibilidad de polinomios y a las fracciones algebraicas, y el capítulo 8, que es el dedicado a las ecuaciones e inecuaciones en una variable, y también a la ecuación cuadrática. Antes de plantear el contenido que nos ocupa, hay, además, un tema de lógica (1) y otro sobre teoría de conjuntos (2), a principio de curso, y otros dos temas sobre conjuntos numéricos (6) y geometría (7). Tras el tema 8 vienen los números complejos (9) y la estadística y probabilidad (10).

En este apartado se describe la forma en que el autor presenta el contenido «ecuaciones lineales con una variable» en ese libro de texto; se pretende analizar la praxeología matemática en torno a este contenido en dicho manual, atendiendo tanto a la praxis (tareas y técnicas) como al logos.

Previamente se ha comprobado que el texto aborda las operaciones con polinomios, las fracciones algebraicas y las operaciones algebraicas; en particular, la factorización de polinomios.

El capítulo 8 del libro de texto *Matemática I, Educación Media*, lleva por nombre «La primera dama del álgebra, Hipatía», y se inicia con unos párrafos de origen histórico destinados a la lectura, exhibiendo ciertos aportes que hizo este personaje a raíz del estudio de los trabajos de Diofanto.

De las funciones que, según Matos (2021), puede cumplir en la enseñanza de la matemática la inclusión de la historia de la matemática, en este caso la presencia de estas notas históricas actúa de recurso para la motivación, para despertar el interés de los alumnos hacia los contenidos matemáticos que se desarrollarán. Estas notas no cumplen otras funciones, como la de contribuir a un aprendizaje significativo del tema en cuestión, pues el autor no plantea, a partir de la información contenida en dichas notas, ninguna cuestión generatriz para guiar el estudio del objeto matemático ecuación lineal, ni usa ese relato histórico como fuente para extraer problemas o recursos didácticos para la enseñanza de las ecuaciones; por tanto, estas notas solo pueden servir a la función de situar la matemática en un contexto sociocultural y mostrarla como actividad humana.

Tras las notas históricas, el objeto matemático ecuación lineal con una variable es introducido, en el apartado 8.1, con dos problemas contextualizados, los cuales se presentan a continuación (Peña, 2013, p. 155):

1. Un joven pelotero de San Pedro de Macorís en su primer año de ser firmado en grandes ligas, batea varias veces de home run; el segundo año batea la cantidad de home run que bateó el primer año más 10 home run, el tercer año bateó 5 home run menos que el segundo año. Si el total de home run de los tres años es igual a 135, hallar cuántos home run dio por cada año.

2. En el primer prueba que impartió el profesor de matemática en el primer curso de matemática del bachillerato, Luis Miguel sacó en su calificación 10 puntos menos que Sergio Vegas y Wilfrido Vegas sacó 30 puntos más que Sergio, las tres calificaciones suman 200 puntos. Al profesor se le ha pedido que escoja un estudiante entre estos tres, para un entrenamiento de manejo de equipos de tratamiento de aguas, donde necesita tener ciertas habilidades matemáticas. A partir de las calificaciones, ¿a quién debe seleccionar el profesor?

A continuación, se advierte al alumno de que estos problemas se resuelven mediante ecuaciones, y que estas son un instrumento útil para situaciones de este tipo. Y se añade: “El alumno, si estudia a fondo este tema, podrá resolver toda problemática que se le presente en la vida diaria, similares a las que hemos planteado al inicio del capítulo” (Peña, 2013, p. 155).

Así pues, con estos problemas se pretende convencer al alumno de la utilidad de las ecuaciones para la vida cotidiana (a pesar de que la cuestión que plantea el segundo de los problemas puede resolverse sin operación ni ecuación alguna). No obstante, no puede afirmarse que estos problemas constituyan un *momento del primer encuentro*, en el sentido de la TAD (Artaud & Cirade, 2021) con la organización matemática relativa a las ecuaciones, ya que realmente no se les propone a los alumnos una tarea constitutiva de dicha organización matemática, a la que estos deban enfrentarse. De hecho, lo que sigue a continuación es la definición de ecuación, sus elementos, etc. Es bastante después, y tras explicar las técnicas para resolver ecuaciones cuando el alumno ha de enfrentarse, por primera vez, en el apartado resolución de problemas, a la tarea de modelizar un enunciado mediante una ecuación (Peña, 2013).

En cuanto a la definición de ecuación, en el texto se da la siguiente: “Las ecuaciones constituyen enunciados donde se igualan dos expresiones matemáticas y donde existe, al menos, una variable. Este enunciado se convierte en proposición para determinado valor de la variable” (Peña, 2013), y define incógnita como la variable de una ecuación. Es decir, el autor insiste en el papel de la incógnita como ‘variable’, y aclara que el enunciado se convertirá en proposición «para determinado valor de la variable». No obstante, no hay ejemplos en los que se inste al alumno a sustituir la variable por diferentes valores, para comprobar este carácter de la ecuación, no como *proposición*, sino como *función proposicional*.

En el texto se afirma que los términos que no contienen variable se denominan «términos independientes», las incógnitas constituyen las variables de la ecuación y aquel o aquellos valores que hacen verdadera una ecuación son concebidos como «conjunto solución».

Para explicar cómo resolver ecuaciones lineales en una variable, el autor comienza por exponer las siguientes propiedades:

1. Si en ambos miembros de la igualdad de una ecuación le sumamos o restamos una misma cantidad, la ecuación no se altera.[...]
2. Si en ambos miembros de la igualdad de una ecuación multiplicamos o dividimos por una misma cantidad la ecuación no se altera. (Peña, 2013, p. 156)

En ambos casos utiliza la expresión «la ecuación no se altera», sin aclarar que lo que realmente permanece inalterable es el conjunto solución. Hay que esperar a la página 159, cuando expone la técnica para resolver ecuaciones con coeficientes fraccionarios, para que en el libro se explicita que se trata «de encontrar una *ecuación equivalente* que sea de coeficientes

enteros»; y esta vez sí aclara: “Dos ecuaciones equivalentes tienen la misma raíz o solución” (Peña, 2013, p. 159).

Estas propiedades (ver figura 1), actúan de justificación tecnológica para la técnica de resolución de una ecuación que se describe en el apartado 8.3. (Primero intercala un apartado donde define el grado de una ecuación), pues la primera de ellas justifica lo que en este momento ya denomina *transposición de términos* y la segunda lo que llama *despejar una variable*.

**Figura 1**

*Propiedades de las ecuaciones lineales con una variable.*

**Propiedades de las ecuaciones**

1. Si en ambos miembros de la igualdad de una ecuación le sumamos o restamos una misma cantidad, la ecuación no se altera:  $3x + 2 = 14$ .

<p>a) A la ecuación</p> $3x + 2 = 14$ <p>restar de ambos miembros 2</p> $3x + 2 - 2 = 14 - 2$ $3x = 12$	<p>b) A la ecuación</p> $5x - 4 = 16$ <p>sumar a ambos miembros 4</p> $5x - 4 + 4 = 16 + 4$ $5x = 20$
---	---

Fuente: *Matemática 1, Educación Media* (Peña, 2013, p. 156)

El apartado 8.2 está dedicado a definir lo que es el grado de una ecuación y clasificar las ecuaciones por su grado, en donde menciona ecuaciones de primer, segundo, tercer y cuarto grado; luego presenta ejemplos.

En el apartado 8.3 se expone la técnica de resolución de una ecuación de primer grado, en cuatro pasos:

Realizar las transposiciones de términos necesarias, de modo que en el miembro de la izquierda queden los términos que contienen la variable y el miembro de la derecha las cantidades constantes.

Se reducen los términos semejantes en cada miembro de la igualdad, si es necesario.

Se despeja la variable o incógnita al aplicar la propiedad número dos de las ecuaciones.

Se verifica la ecuación original dada. (Peña, 2013, c)

Figura 2.

Ejemplos para resolver una ecuación lineal con una variable

**Ejemplos:**

Resolver la ecuación  $16x - 20 = 6x + 80$

- $16x - 20 = 6x + 80$ , hacemos las transposiciones necesarias.  
 $16x - 6x = 80 + 20$   
 $10x = 100$ , aplicamos la propiedad número 2 de las ecuaciones.  
 $x = \frac{100}{10} \rightarrow x = 10$ , al quedar despejada la variable, obtenemos el valor de  $x$ .
- $4y + 12 = -2y + 36$ , hacer transposiciones.  
 $4y + 2y = 36 - 12$   
 $6y = 24$ , aplicar la propiedad número 2.  
 $\frac{6y}{6} = \frac{24}{6}$ , despejar la variable.  $y = \frac{24}{6} \rightarrow y = 4$

Fuente: *Matemática 1, Educación Media* (Peña, 2013, p.157)

Amparado en estos pasos, el autor propone algunos ejemplos, los cuales se ilustran en la figura 2:

Y a continuación añade una serie de ejercicios sobre la resolución de ecuaciones de primer grado con una variable, tal como se ilustra en la figura 3:

Figura 3

Resolución de una ecuación de primer grado. Ejercicios propuestos

**Ejercicios propuestos 8-1**

Obtener la solución o raíz de las siguientes ecuaciones de primer grado:

<b>1</b> $3x = 12$	<b>10</b> $x - 7 = x - 11$	<b>19</b> $6(x + 2) = 30$
<b>2</b> $3x - 5 = 0$	<b>11</b> $8t + 7 = -8t$	<b>20</b> $26 - (3x - 10) = 6$
<b>3</b> $x + 4 = 17$	<b>12</b> $15x = 0$	<b>21</b> $2(x + 3) = 7(x + 3)$
<b>4</b> $2x - 4 = 0$	<b>13</b> $8(t - 8) = 24$	<b>22</b> $12 = 6(x + 1) - 8(1 - y)$
<b>5</b> $2x + 1 = 3$	<b>14</b> $5 - (2x - 4) = 15$	<b>23</b> $3y + 101 - 4y - 33 = 108 - 16y - 100$
<b>6</b> $3x + 8 = 24$	<b>15</b> $8a - (a - 2) = 12$	<b>24</b> $t - [5 + 3t - (5t - (6 + t))] = -3$
<b>7</b> $9y - 3 = 21$	<b>16</b> $3(t + 5) - 2t = 3 - (4t - 2)$	<b>25</b> $4x = -12x$
<b>8</b> $5(z - 12) = 27$	<b>17</b> $2x - 16 = 34x$	<b>26</b> $15x - 18 = 27$
<b>9</b> $5(y - 17) = 2(y - 3)$	<b>18</b> $8y - 10 = 0$	

Fuente: *Matemática 1, Educación Media*, (Peña, 2013, p. 157)

Los ejercicios propuestos en esta sección pueden dividirse, según el tipo de ecuación de primer grado con una variable, en dos grupos: ecuaciones enteras «simples» y ecuaciones donde intervienen signos de agrupación; es importante destacar, que los ejercicios propuestos obedecen a un tipo de tarea: obtener la solución o raíz de ecuaciones de primer grado.

Igual que no había un momento de primer encuentro, no puede considerarse que haya tampoco un *momento exploratorio*, ya que la técnica para resolver una ecuación lineal se presenta *institucionalizada*, en cuatro pasos, antes de que al alumno se le proponga ninguna tarea que conlleve plantear y/o resolver una ecuación.

Tomando como referencia las praxeologías descritas en el apartado primero, se advierte que el primer paso se suprime, ya que las ecuaciones con paréntesis las menciona después como un caso particular y es entonces cuando aclara que “las ecuaciones pueden tener productos indicados, los cuales debemos efectuar:  $6(x+2) = 30$ ” (Peña, 2013), aunque esta acción no aparece incluida en la técnica general.

Se percibe que, de acuerdo con el MER en el que se basa el análisis de la técnica, el primer paso se inscribe en la praxeología llamada ‘de la transposición’ (como en la técnica  $\tau_2$ ); mientras que el paso tercero, una vez reducidos los términos semejantes, consiste en despejar la incógnita aplicando la propiedad número 2 de las ecuaciones, esto es, «si a ambos miembros de una ecuación se multiplica o divide por una misma cantidad la ecuación no se altera», o sea, este tercer paso, multiplicar o dividir por una misma cantidad (como en la técnica  $\tau_1$ ), corresponde a la praxeología primera.

Hay que señalar que el texto no pretende que los alumnos lleguen a la técnica de la transposición como consecuencia de rutinizar la técnica de sumar el opuesto para cancelar términos, como ocurre en algunas propuestas (Dólera y Sánchez-Jiménez, 2019), sino que se propone desde el principio como parte de la técnica de resolución para los alumnos y es la única que se institucionaliza. Así pues, se desaprovecha la posibilidad de usar esta técnica con una función *tecnológica* respecto de la técnica de transponer, y el trabajo relativo al logos (la tecnología que la sustenta) de esta última queda limitado a la formulación previa de las propiedades que la justifican, en el apartado 8.1.

Finalmente, el paso 4, que no forma parte de las praxeologías que se ha tomado como referencia, consiste en verificar si la solución obtenida verifica la ecuación original. La técnica propuesta en el libro comprende pues una *validación*; aunque, para que este gesto didáctico de incluir la comprobación de la solución sirviese a la función de resaltar la naturaleza de la ecuación como función proposicional, que será cierta o falsa en función del valor que de

atribuya a la variable, el libro tendría que incluir, aunque no forme parte de la técnica, el *gesto* didáctico de sustituir otros posibles valores de la variable y comprobar que no se satisface la ecuación.

Otro gesto didáctico es variar la nomenclatura para designar la variable. Este cambio de letra con el que se designa a la incógnita (en la página 157 se han usado las letras x, y, z, t) contribuye a que el alumno no dependa tanto del ostensivo utilizado.

Por otro lado, en la primera de estas tareas que componen la técnica que propone el libro, se identifica un gesto habitual en los ejemplos propuestos, que consiste en trasponer los términos que contienen la variable al miembro de la izquierda y los términos sin parte literal a la derecha.

La resolución de ecuaciones es un tema de estudio que clásicamente se presenta en términos de tipos de tareas. En este caso, esos tipos de tareas vienen dados por los valores de ciertas variables didácticas. Precisamente para Chaachoua y Bessot (2019), una primera función de una variable es generar subtipos de tareas, según los valores que adopte esta variable; la segunda función es permitir caracterizar los ámbitos de las técnicas. Y distinguen las siguientes variables: grado de la ecuación, número de soluciones y forma algebraica de cada uno de los miembros de la ecuación. Por su parte, Coppé, S. (2020) considera Briant y Bronner (2017) consideran una variable fundamental la naturaleza de los coeficientes de una ecuación.

El análisis del primer grupo de ejercicios propuestos en el libro texto (Figura 3), de 26 ecuaciones de primer grado, solo 9 de ellas tendrán, una vez reducidas, la forma  $ax+b=cx+d$  (con a, b, c, d enteros); el resto son de la forma  $ax+b=c$  (a, b, c enteros). En relación con la segunda de las funciones que tienen las variables didácticas, hay que destacar que la técnica para resolver estas últimas ecuaciones no requiere transposición de términos (de hecho, pueden resolverse por técnicas aritméticas), mientras que las otras sí van a requerir técnicas propiamente algebraicas.

En cuanto a la naturaleza de los coeficientes, no introduce coeficientes fraccionarios hasta después de haber introducido una clasificación de las ecuaciones que da lugar a nuevos tipos de ecuaciones. En cuanto a coeficientes en forma decimal o coeficientes irracionales están ausentes estos valores de esa variable. Tan solo hay un dato expresado en forma decimal en uno de los problemas propuestos al acabar la parte de ecuaciones:

Un jurado examina a tres jóvenes dominicanos en el área de canto, para que uno represente a la República Dominicana en un festival internacional. En una escala de 1 a 10 la

puntuación promedio obtenida fue la siguiente: la puntuación de Wilfrido Vegas excede en 1 punto a la puntuación obtenida por Sergio Vegas y la puntuación de Fernandito Vaganiona excede en  $\frac{1}{2}$  punto a la puntuación obtenida por Wilfrido Vegas. La suma de las tres puntuaciones es igual a 26.5. A partir de la puntuación obtenida por cada uno de los participantes ¿quién debe representar a la R.D.? (Peña, 2013)

Pero la resolución de este problema no requiere de ecuación (ni operación) alguna. Dado que se trata de un caso aislado, de un total de 7 problemas resueltos y 25 propuestos, es posible que se trate de algo no consciente por parte del autor.

Por último, en cuanto al número de soluciones, al definir ecuación pone dos ejemplos de expresiones equivalentes igualadas, que coinciden para todos los valores de la variable, pero al no restringir (ni mencionar) el dominio para buscar posibles soluciones, no hay ejemplos de ecuaciones sin solución.

La introducción de nuevas variables didácticas, como exponentes negativos (variable en el denominador) y/o fraccionarios (radicales) para la variable o incógnita, provoca el surgimiento de nuevas tareas.

A continuación, se muestra una serie de ejercicios formulados por el autor, que consisten en decidir de qué tipo son varias ecuaciones:

### Tabla 1

*Ejercicios propuestos al alumno*

Escribir el valor de verdad de las siguientes expresiones:		
Expresión algebraica	Afirmación	Valor de verdad
$3x^2 - 2x = 2$	Es una ecuación entera	.....
$\frac{x}{2} + 4 = 2/3$	Es una ecuación fraccionaria	.....
$\frac{x}{2} + 4 = 2/3$	Es una ecuación entera con coeficientes fraccionarios	.....
$\sqrt{x} - 2 = 0$	Es una ecuación irracional con coeficiente entero	.....
$\sqrt{x} - 2 = 2$	Es una ecuación racional	.....
$\sqrt[3]{x} - 3 = 9$	Es una ecuación racional con coeficiente entero	.....
$\sqrt[3]{x} - 3 = 9$	Es una ecuación irracional con coeficiente fraccionario	.....
$\frac{4}{\sqrt{x}} + 16 = 32$	Es una ecuación fraccionaria	.....
$\frac{4}{\sqrt{x}} + 16 = 32$	Es una ecuación racional	.....
$3x + 6 = 25$	Es una ecuación con coeficiente y constantes literales	.....
$ax + b = 0$	Es una ecuación numérica	.....

Fuente: *Elaboración propia basada en Peña (2013)*

La tabla 1, muestra una propuesta de *tarea (escribir el valor de verdad de ciertas expresiones algebraicas)*, enfocada de forma exclusiva al aspecto conceptual de la temática tratada. La *técnica* a emplear para este tipo de tarea se presume que es la «simple observación» y comparación entre las expresiones algebraicas propuestas y los conceptos de los tipos de ecuaciones que se proponen en el libro de texto.

La *técnica* de resolución de una ecuación empleada por el autor carece de efectividad para ciertas ecuaciones de primer grado con una variable, como ecuaciones fraccionarias con variable en el denominador o ecuaciones donde la variable esté afectada por radicales, entre otras. La resolución de estos tipos de ecuaciones da lugar a la introducción de variantes en la técnica estudiada anteriormente.

*Técnica 1.* En el caso de las ecuaciones enteras con coeficientes fraccionarios, propone escribir una ecuación fraccionaria como una ecuación con coeficientes enteros equivalentes, multiplicando todos los términos de la ecuación por el Mínimo Común Múltiplo (M.C.M.) de los denominadores. Para las ecuaciones fraccionarias la técnica es una extensión de esta, aunque ahora se trata del M.C.M. de polinomios de grado 1.

*Técnica 2.* Para la resolución de ecuaciones irracionales introduce una técnica que consiste en: 1. Dejar el radical solo en un miembro de la ecuación. 2. Elevar ambos miembros a una potencia igual al índice de la raíz. 3. Proceder como en el caso general. La tecnología de la técnica (paso 2) se basa en otra propiedad que enuncia justo antes, que, si se elevan ambos miembros de una ecuación a la misma potencia o se les extrae una misma raíz, «la igualdad se mantiene» (p. 160). Esta vez se habla de nuevo de mantener la igualdad, no de obtener una ecuación equivalente, como en la página anterior al presentar la adaptación de la técnica para ecuaciones enteras con coeficientes fraccionarios.

A continuación, hay un listado de 15 ecuaciones fraccionarias e irracionales como ejercicio. La figura 4 contiene algunos de los ejercicios propuestos sobre ecuaciones lineales fraccionarias y otras donde la variable o incógnita aparece afectada por un radical. Hay que hacer una observación, y es que estos dos tipos de ecuaciones que introduce darían lugar a ecuaciones equivalentes, no fraccionarias ni irracionales, pero que podrían no ser ya de primer grado. No obstante, tanto los ejemplos resueltos como los propuestos están todos ellos preparados para que se cancelen los términos de grado mayor que uno. En ningún momento se explicita esta fuerte restricción al elegir los ejemplos.

Figura 4.

Ecuaciones fraccionarias y con radicales. Ejercicios propuestos.

**Ejercicios propuestos 8-3**

**Resolver** las siguientes ecuaciones:

<p><b>1</b> <math>\frac{1}{2}x - \frac{1}{8} = -\frac{3}{4}</math></p> <p><b>2</b> <math>\frac{x-12}{x+15} = 2</math></p> <p><b>3</b> <math>\frac{1}{2} + 18 = \frac{5}{y} + \frac{6}{y} - 5</math></p> <p><b>4</b> <math>\frac{x+5}{x+4} = \frac{x-2}{x-7}</math></p> <p><b>5</b> <math>\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{x}{5} + 8</math></p> <p><b>6</b> <math>\frac{2x+3}{2x-4} = \frac{x-1}{x+1}</math></p> <p><b>7</b> <math>\frac{1}{2} - \frac{4}{5y} = \frac{1}{10}</math></p>	<p><b>8</b> <math>\sqrt{x+2} - \sqrt{x+10} = 0</math></p> <p><b>9</b> <math>\frac{\sqrt{x+8}}{2} = 3</math></p> <p><b>10</b> <math>-\sqrt{2x+20} = 7</math></p> <p><b>11</b> <math>-\sqrt{x+1} + \sqrt{2x} = 0</math></p> <p><b>12</b> <math>2\sqrt{x+2} = 8</math></p> <p><b>13</b> <math>\sqrt{x^2+3x} - \sqrt{x^2-3x+12} = 0</math></p> <p><b>14</b> <math>\sqrt{4x+2} = 0</math></p> <p><b>15</b> <math>\frac{2x+1}{x} + \frac{x-4}{x+1} = 3</math></p>
---	---

Fuente: *Matemática 1, Educación Media* (Peña, 2013, p. 161)

Es notorio cómo las tareas propuestas dejan en estado de abandono la relación de la temática tratada con aspectos de la vida en que se desarrollan los alumnos.

Otro aspecto tratado por el maestro Peña Geraldino en el libro texto *Matemática 1. Educación Media*, es la resolución de problemas en el desarrollo de la temática ecuaciones lineales con una variable.

Un número importante de autores (Tettay-Mejía *et al.*, 2019; Donoso *et al.*, 2020, Montero & Mahecha, 2020; Poveda, 2020; Contreras *et al.*, 2021) han investigado el tema 'resolución de problemas' en el ámbito matemático, coincidiendo por lo general, en ciertas dificultades que presentan los alumnos ante la necesidad de dar respuestas a los problemas planteados por los maestros. En este orden, Díaz y Careaga (2021), sostienen que la resolución de problemas constituye un proceso de profunda reflexión que involucra ciertas variables que validen su representación.

Los problemas que se modelizan mediante una ecuación están después del estudio de las ecuaciones, que se ha realizado en un contexto formal, intramatemático. Comienza con unos ejemplos resueltos en los que se propone “representar por símbolos algebraicos el lenguaje ordinario” (Peña, 2013). En este orden, propone a manera de ejemplo una serie de proposiciones ordinarias traducidas a expresiones algebraicas, de las que hay algunos ejemplos en la tabla 2.

**Tabla 2**

*Ejercicios propuestos al alumno*

Expresar por medio de símbolos algebraicos, las siguientes expresiones:	
Expresión ordinaria	Símbolos algebraicos
El triplo de un número menos 2	Establecer que $x$ sea el número, por consiguiente, el triplo de $x$ menos 2 es $3x - 2$
Tres números enteros consecutivos	Si $x$ es el número menor, entonces los otros dos son $x + 1$ y $x + 2$ ; por tanto, $x, x + 1$ y $x + 2$ son los tres enteros consecutivos
Tres números enteros pares consecutivos	Sea $x$ el menor de los tres números pares, entonces, $x + 2$ es el segundo y $x + 4$ es el tercero
Un número entero impar	Sea $x$ un número cualquiera, entonces $2x$ siempre será par, y $2x + 1$ será un entero impar

Fuente: *Elaboración propia basada en Peña (2013)*

Posterior a la propuesta que hace el autor respecto a la traducción de proposiciones ordinarias a expresiones algebraicas (ver tabla 2), presenta una serie de problemas resueltos, en los cuales para la solución hace uso del siguiente procedimiento: primero, expresar algebraicamente las cantidades a las que se refiere el enunciado; segundo, modelizar las relación que existe entre esas cantidades mediante una ecuación a partir de las expresiones algebraicas construidas; tercero, resolver la ecuación (en todos los casos el modelo es una ecuación con

coeficientes enteros, que no requiere transposición, salvo una división para despejar al final la incógnita); y finaliza con la interpretación del resultado en El contexto del problema, lo que supone redactar la solución, tal como se muestra en el ejemplo de la figura 5:

Figura 4: Problema resuelto a través de símbolos algebraicos.

Un joven pelotero de San Pedro de Macoris en su primer año de ser firmado en Grandes Ligas, batea varias veces de home run; el segundo año batea la cantidad de home run que bateó el primer año más 10 home run; el tercer año bateó 5 home run menos que el segundo año; si el total de home run de los tres años es igual a 135, hallar cuántos home run dio por cada año.

Sea  $x$  la cantidad de home run que bateó el primer año.

$x + 10$ , la cantidad de home run que bateó el segundo año.

$(x + 10) - 5$ , la cantidad de home run que bateó el tercer año.

Los tres años dio 135 home run

$$x + x + 10 + [(x + 10) - 5] = 135$$

$$x + x + 10 + x + 10 - 5 = 135$$

$$x + x + x = 135 - 10 - 10 + 5$$

$$3x = 120$$

$$x = 120 / 3 = 40 \rightarrow x = 40$$

El primer año dio 40 home run, el segundo año 50 home run, el tercer año 45 home run, en los tres años en total dio  $40 + 50 + 45 = 135$  home run.

Fuente: Matemática 1, Educación Media (Peña, 2013)

Por último, tras la presentación de ciertas expresiones matemáticas a través de símbolos algebraicos, el autor incluye un total de 7 problemas resueltos y otros 25 propuestos, que se pueden modelizar mediante una ecuación de primer grado (algunos también mediante un sistema de ecuaciones), la mayoría contextualizados, aunque algunos están formulados en un contexto formal. En cuanto a muchos de los problemas contextualizados, no pueden considerarse verdaderos problemas 'reales' sino que son, más bien, ejercicios de aplicación a cuyo enunciado se le ha añadido un contexto que desempeña un papel en algunos casos superfluo (en este ejemplo las soluciones ni siquiera coinciden con los datos reales):

La cantidad de laureados latinoamericanos con el Premio Nobel de Literatura es igual al número de laureados del Premio Nobel de la Paz y la cantidad de laureados con el Premio Nobel de Física es igual a la suma de los dos anteriores menos 10 y el número de laureados con el premio Nobel de Química es igual al número de laureados con el premio Nobel de Física. Si el total de laureados con estos premios es igual a 10 ¿cuántos laureados son de Física, de Química, de la Paz y de Literatura? (Peña, 2013).

En la vida real, la información que tendría alguien que quisiera saber esos datos no sería la que da el enunciado. La mayoría de los ejercicios (así se denominan en el libro) propuestos corresponden a enunciados de problemas que no son propiamente ‘reales’ sino, en todo caso, ‘realistas’ o incluso ‘fantasistas’, según la caracterización de ciertos autores (Díaz y Flores, 2022). En el mejor de los casos, aluden a situaciones pseudoconcretas cercanas al modelo algebraico que está predeterminado que se construya.

Hay que señalar que sólo dos de esos problemas se modelizan mediante una ecuación que requiera transponer términos:

8. Hallar un número cuyo  $\frac{4}{5}$  excede en 4 a la  $\frac{3}{4}$  partes de dicho número.

9. Las  $\frac{3}{4}$  partes de la calificación que sacó María Isabel en Literatura excede en 20 a la mitad de dicha nota. ¿Cuál fue la calificación de María en Literatura? (Peña, 2013, , p. 163)

Casi la totalidad se modeliza mediante una ecuación del tipo  $ax+b=c$  ( $a, b, c$  enteros). A pesar de la introducción de un conocimiento nuevo, las ecuaciones y la técnica para resolver una ecuación de primer grado, que se inscribe en la rama del álgebra, los problemas de aplicación (en este caso se ha visto primero la resolución de ecuaciones para después aplicarla a los problemas, no se ha usado ninguna situación problemática para crear la necesidad de la modelización algebraica) son resolubles, casi todos, mediante técnicas exclusivamente aritméticas, sin que la aplicación de las técnicas propiamente algebraicas tenga carácter de necesidad.

El análisis llevado a cabo precisa ser completado situándolo en su contexto histórico e institucional, que permita comprender las condiciones y las restricciones, entre ellas las legislativas, que han podido influir en el diseño de un texto escolar y en la influencia que este haya podido ejercer en el sistema educativo.

En el año 2013 el MINERD llevó a cabo una reforma legislativa en los niveles de enseñanza preuniversitarios. La reforma anterior (1995) establecía una duración de 4 años (divididos en 2 ciclos de 2 años cada uno) para el Nivel Medio de enseñanza. A partir de 2013 el nivel secundario se compondría de 2 ciclos de 3 años cada uno. De ese modo, el nivel primario, que había comprendido 8 años, pasa a tener 6 cursos y los dos últimos se incorporan al nivel secundario (Ministerio de Educación de la República Dominicana, 2013a).

La realidad es que la reforma se va implantando de manera gradual y, tal como se recogía en el Informe Final de seguimiento y monitoreo de Iniciativa Dominicana por una

Educación de Calidad, IDEC 2013/2016, “no ha sido posible concluir en el año [2014] el diseño curricular del Primer Ciclo del Nivel Secundario” (IDEC Iniciativa Dominicana..., 2016). Y en el mismo documento se afirmaba que la no aprobación del diseño curricular impediría que se implantaran los nuevos planes de estudio. Finalmente, el nuevo currículo se empezó a implantar para su validación en el curso escolar 2016-2017, aunque los libros de texto adaptados a ese nuevo plan de estudios aún tendrían que esperar hasta el curso 2023-2024 y, entretanto, el Ministerio establece que se utilicen los libros adaptados al currículo vigente hasta ese momento:

Cuando concluya la revisión, actualización y validación curricular, se producirá la transformación de los libros de texto que se utilizarán en el Sistema Educativo Dominicano [...] Mientras, se continúan distribuyendo y usando de manera parcial los textos adaptados al currículo anterior (IDEC Iniciativa Dominicana..., 2016).

Pero esos «textos adaptados al currículo anterior», ¿son los que se habían estado usando antes de ordenarse la reforma? Efectivamente, el currículo no se modifica todavía en el momento de aprobarse la reforma, al menos no desde la legislación, ya que hasta 2016 no se publica un nuevo currículo (Ministerio de Educación de la República Dominicana, 2016b), pero el libro que se edita en 2013, escrito por Rafael Peña Geraldino, sí que contiene cambios respecto a los manuales que este autor había escrito previamente para el nivel secundario.

Comparando con otros textos anteriores para secundaria escritos por el mismo autor antes de 2013, de forma particular el libro de texto *Matemática I, Educación Media* (Peña, 2004), se comprueba que ya incluían algunas notas históricas, pero circunscritas a la historia de la matemática, relativas a los orígenes del álgebra y las ecuaciones y citando a personajes como Hipatia de Alejandría y a Diofanto (Peña, 2006). Notas que se mantienen en la edición de 2013, como se ha descrito en el apartado anterior.

Pero, el libro de 2013 incluye, además, notas insertadas en el texto, destacadas en recuadros con fondo de otro color, con notas breves sobre temas históricos, culturales o sociales relacionados con el país dominicano y, en general, con los países de América Latina. Por ejemplo: la ciudad de Machu Picchu, el Pico Duarte, Gabriela Mistral, Anacaona, etc. La inmersión cultural afecta también a los enunciados de los problemas, cuyo contexto hace referencia a premios Nobel de Literatura o de la Paz latinoamericanos, a música en español con la que se identifican los latinos (Julio Iglesias, Luis Miguel, Rafael Solano...), etc.

Esas referencias están en consonancia con la «Filosofía institucional» declarada por el MINERD el año de publicación del libro:

## Misión

Garantizar a los dominicanos y dominicanas una educación de calidad, mediante la formación de hombres y mujeres libres, éticas, críticas y creativas; capaces de construir una sociedad libre, democrática, justa y solidaria y de esta forma contribuir al desarrollo nacional y al suyo propio.

[...]

## Identidad

Estamos convencidos y nos reconocemos ciudadanos al servicio de la educación, lo que nos orienta y concede la libertad y el compromiso de elegir qué queremos ser como nación y la manera de lograrlo, de conformidad con nuestras características socio-culturales e individuales. (Ministerio de Educación de la República Dominicana, 2013b, p. 23. El destacado es nuestro)

Esta filosofía institucional a la que alude el MINERD, que incluye valores como la identidad, la justicia y equidad, la calidad y búsqueda de excelencia, el desarrollo integral y el compromiso y la responsabilidad, se observa igualmente, como no podía ser de otro modo, en los textos para secundaria recientemente publicados (Serres *et al.*; Boada *et al.*, 2023) por el MINERD para el primer ciclo de la educación secundaria.

La ecuación lineal, con la nueva estructura de la secundaria, aparece como contenido en los libros de segundo grado y de tercer grado del primer ciclo, tal como prescribe el currículo para este ciclo (Ministerio de Educación de la República Dominicana, 2016b; Gobierno de la República Dominicana, 2022). En los libros oficiales editados para estos cursos la relación entre la matemática y la educación sociocultural y en valores se realiza a través, sobre todo, de las llamadas 'situaciones de aprendizaje', un dispositivo didáctico presente en los nuevos currículos internacionales (Real Decreto 217, 2022), y de los ejemplos y ejercicios que hay a lo largo del tema y que aluden a la situación de aprendizaje planteada en él. Así, en el libro de segundo curso, la situación de aprendizaje propuesta en el tema Ecuaciones se refiere al reciclaje y tratamiento de residuos y este tópico es una constante a lo largo de todo este tema (Serres *et al.*, 2023). Aunque en el libro de tercero, concretamente en el tema Ecuaciones lineales y cuadráticas (Boada *et al.*, 2023), hay apenas unos ejemplos de aplicación de cada uno de los dos tipos de ecuaciones y la situación que plantea la actividad grupal que aparece al final de cada tema, en este caso es intramatemática (demostración de la fórmula para resolver una ecuación de segundo grado). En

los márgenes de ambos libros sigue habiendo, en la mayoría de los temas, referencias a la obra de matemáticos que hicieron aportaciones en relación con lo tratado en ese tema.

Ya en 2016, al publicar las Bases de la Revisión y Actualización Curricular, el propio Ministerio había reconocido la influencia del contexto sociopolítico en las decisiones en legislación educativa, al afirmar que “todo proyecto curricular es diseñado en un momento histórico, como respuesta a unas necesidades sociales y en el marco de un determinado estado de desarrollo de las ciencias” (Ministerio de Educación de la República Dominicana, 2016a, p. 25).

En esta reforma la transformación más crucial se produce en la enseñanza secundaria, ya que “el Nivel Secundario se constituye en la gran oportunidad y en el escenario social privilegiado para que los hijos e hijas de la nación dominicana hagan realidad, con las herramientas apropiadas, sus sueños y los sueños de la Patria”. (Ministerio de Educación de la República Dominicana, 2016b, p. 18).

De hecho, la influencia de la noosfera se extiende aquí a un ámbito más amplio, pues institucionalmente se insiste en que las reformas están en consonancia con las tendencias internacionales y se alegan, para cambiar la estructura del sistema educativo dominicano, facilidades para comparar estadísticas y resultados de investigaciones con otros países en materia educativa (Ministerio de Educación de la República Dominicana, 2016a).

La edición en 2023 de los libros de texto adaptados al nuevo currículo de secundaria (correspondiente al Plan de 2013), publicado en 2016, hace que el libro de Peña Geraldino analizado pertenezca ya a la historia de la educación matemática dominicana, vinculado a una década de cambios, tanto estructurales como curriculares y metodológicos, crucial para el país, sirviendo a los docentes como un instrumento en la transición hacia un nuevo modelo educativo en lo que respecta a las matemáticas.

## Conclusiones

Una de las labores de la instituciones educativas consiste en la elaboración de diferentes propuestas bibliográficas, en forma de libros de texto, para ser incorporados en el desarrollo sistemático de las prácticas áulicas habituales, debiendo aquellos guardar una estrecha vinculación con los lineamientos que demanda el currículo del sistema educativo; tal es el caso del libro de texto *Matemática I, Educación Media*, editado en 2013 y recomendado por el MINERD como documento de consulta, tanto para el profesorado como para los alumnos en el ámbito escolar.

Se ha usado, junto con el método histórico, el modelo que proporciona la TAD para describir cómo se organiza la enseñanza de la ecuación lineal de una variable y el tipo de actividad matemática prevista en torno a esta cuestión en la institución nivel secundario en la República Dominicana en la última década, analizando la matemática a *enseñar*, reflejada en el libro de texto editado oficialmente y que se distribuía a todo el país.

En general, el libro en cuestión, respecto al contenido «ecuaciones lineales con una variable» privilegia, de acuerdo con la TAD, el *bloque práctico*, dejando en un estado más o menos ‘transparente’ el *bloque teórico* del componente praxeológico. En torno al bloque teórico escasea el componente tecnológico-teórico que ha de servir de elemento de «justificación racional» de las técnicas empleadas, salvo ciertas «comprobaciones» en algunos de los ejercicios resueltos en el desarrollo del capítulo.

La propuesta editorial responde a una enseñanza de tipo «tecnicista», en la que el mayor énfasis está puesto en la correcta ejecución de las técnicas descritas a priori. Las situaciones contextualizadas, se hallan, sobre todo, al final del capítulo, y no requieren necesariamente de una resolución algebraica; no promueven un auténtico momento del *primer encuentro* con el objeto ecuación lineal ni aportan una verdadera *razón de ser* para dicho objeto matemático.

Igualmente, se echan en falta el momento *exploratorio* y el de la *construcción de un entorno tecnológico-teórico*. Las técnicas se presentan institucionalizadas y las tareas resueltas o propuestas tienen como fin la aplicación casi directa de esas técnicas. La relegación del *logos* hace que este resulte insuficiente para dar respuestas a ciertas tareas o problemáticas no habituales en el estricto ámbito escolar y que fuesen resolubles mediante ecuaciones lineales.

La observación de la legislación y de los informes oficiales durante el periodo en el que se publicó y se utilizó la obra analizada ha puesto de manifiesto la influencia recíproca entre las reformas decretadas en la enseñanza de las matemáticas, las restricciones institucionales que afectan a su puesta en práctica, y el material en el que se considera explicitada la matemática que se ha de enseñar, de manera especial el libro de texto.

## Referencias

Artaud, M. & Cirade, G. (2021). La TAD comme milieu pour l'étude de l'activité des institutions didactiques. *Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)*, 11(1), 388-411.

<http://funes.uniandes.edu.co/25792/1/Artaud2021La.pdf>

Bittar, M. (2020). Une proposition pour l'analyse de manuels. *Educación Matemática Pesquisa* (22) 4, pp. 054-069. <http://orcid.org/0000-0001-9989-7871>

Boada, E., Núñez, L. & Vargas, E. (2023). *Matemática Tercer Grado. Primer Ciclo. Educación Secundaria*. Serie 1, Proyecto Libro Abierto. Ministerio de Educación de la República Dominicana, MINERD.

Bosch, M., & Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas en secundaria. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 89-113). Santander: SEIEM. <https://documat.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3628647>

Bourgade, J. P. (2022). Studying, learning and mesogenesis at the light of the theory of relations. *7th International Conference on the Anthropological Theory of the Didactic (CITAD7)*, 19-23 Jun 2022 Bellaterra, Barcelona (Spain). Pre-proceeding, 124-133. [https://citad7.sciencesconf.org/data/pages/book\\_citad7\\_en\\_v2\\_.pdf](https://citad7.sciencesconf.org/data/pages/book_citad7_en_v2_.pdf)

Briant, N. & Bronner, A. (2017). La prise en compte des nombres idécimaux pour le traitement du concept d'équation: une variable didactique oubliée. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 37(1), 101-143. <https://revue-rdm.com/2017/la-prise-en-compte-des-nombres/>

Burgos, M., Castillo, M. J., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B., & Godino, J. D. (2020). Análisis didáctico de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto de primaria con herramientas del enfoque ontosemiótico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34, 40-68. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/4cQYcXNMj4dStdXJMDtdZWJ/>

Carrillo, D., Matos, J. M., Sánchez-Jiménez, E. & Valente, W. R. (2020). La Historia de la Educación Matemática en Iberoamérica. *Historia y Memoria de la Educación*, 11, 11-24. <https://doi.org/10.5944/hme.11.2020.25963>

Carrillo, D, Moreno, P. L. & Sánchez-Jiménez, E. (2020). El Centro de Estudios sobre la Memoria Educativa (CEME) de la Universidad de Murcia y la investigación en Historia de la Educación Matemática. *Historia y Memoria de la Educación*, 11, 615-646. <https://revistas.uned.es/index.php/HMe/article/view/25668>

Castillo, M. J., Burgos, M., & Godino, J. D. (2022). Guía de análisis de lecciones de libros de texto de Matemáticas en el tema de proporcionalidad. *Uniciencia*, 36(1), 234-252. [https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S2215-34702022000100234&script=sci\\_arttext](https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S2215-34702022000100234&script=sci_arttext)

Céspedes, M. J. C., Burgos, M. & Godino, J. D. (2022). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. *Educação e Pesquisa*, 48, e238787. <https://www.scielo.br/j/ep/a/NXbLBWFwzFpfTSp97gYRjsh/>

- Chaachoua, H. (2010). La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Etude de cas: la modélisation des connaissances des élèves. *Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain*. Université de Grenoble. <https://theses.hal.science/tel-00922383>
- Chaachoua, H. & Bessot, A. (2019). La notion de variable dans le modèle praxéologique. *Educación Matemática Pesquisa*, 21 (4), 234-249. <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i4p234-247>
- Chevallard, Y. (2019). Introducing the Anthropological Theory of the Didactic: an Attempt at a Principled Approach. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 12, 71-114. [https://www.jasme.jp/hjme/download/05\\_Yves%20Chevallard.pdf](https://www.jasme.jp/hjme/download/05_Yves%20Chevallard.pdf)
- Conejo, L., Arce, M. & Ortega, T. (2019). La demostración matemática y los libros de texto de bachillerato: evolución a través de las leyes educativas. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100, 135-138. <http://funes.uniandes.edu.co/14748/1/Conejo2019La.pdf>
- Contreras, K. N. P., Núñez, R. P. & Suárez, C. A. H. (2021). La resolución de problemas matemáticos y los factores que intervienen en su enseñanza y aprendizaje. *Boletín Redipe*, 10(9), 459-471. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8114577>
- Coppé, S. (2020). Conception collaborative de ressources pour l'enseignement de l'algèbre élémentaire: une entrée par les programmes de calculs. En H. Squalli, I. Oliveira, A. Bronner & M. Larguier (Edt.). *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires* (pp. 21-43). Québec: Livres en ligne du CRIRES. <https://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/le-developpement-de-la-pensee-algebrique-lecole-primaire-et-au-debut-du-secondaire-recherches>
- Díaz, V. & Flores, G. (2022). Resolución de tipos de problemas contextualizados y análisis de errores: un estudio de casos. *Estudios Pedagógicos XLVIII*, 2, 9-34. DOI: 10.4067/S0718-07052022000200009
- Díaz, L. M. & Careaga, M. P. (2021). Análisis acerca de la resolución de problemas matemáticos en contexto: estado del arte y reflexiones prospectivas. *Revista espacios*, 42(1), 131-145. <https://www.revistaespacios.com/a21v42n01/a21v42n01p11.pdf>
- Dólera, J. & Sánchez-Jiménez, E. (2019). La resolución de la ecuación de primer grado en los textos de Rey Pastor y Puig Adam. *HISTEMAT-Revista de História da Educação Matemática*, 5 (3), 18-42. <https://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/286>

Dólera, J. & Sánchez-Jiménez, E. (2024). Pedro Puig Adam y el método heurístico en la enseñanza de las matemáticas en España. *El Futuro del Pasado*. [Acceso anticipado]. <https://doi.org/10.14201/fdp.31159>

Donoso, E., Valdés, R., Cisternas, P. & Cáceres, P. (2020). Enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Un análisis de correspondencias múltiples. *Diálogos sobre educación. Temas actuales en investigación educativa*, 11(21). [https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2007-21712020000200403](https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-21712020000200403)

Florensa, I., Bosch, M. & Gascón, J. (2020). Reference epistemological model: what form and function in school institutions? *Educación Matemática Pesquisa*, 22 (4), 240-249. <http://funes.uniandes.edu.co/24758/1/Florensa2020Reference.pdf>

Gobierno de la República Dominicana. Viceministerio de Servicios Técnicos y Pedagógicos Dirección General de Currículo (2022). *Adecuación curricular. Nivel secundario*. <https://ministeriodeeducacion.gob.do/docs/direccion-general-de-curriculo/lgwQ-adequacion-curricular-nivel-secudariopdf.pdf>

González-Martín, A. S. (2020). La introducción de los números reales en la enseñanza secundaria: un análisis institucional de libros de texto1. *NUMEROS*, 105, 7-24. [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/105/Monografico\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/105/Monografico_01.pdf)

IDEC Iniciativa Dominicana por una Educación de Calidad (2016). *Informe Final de seguimiento y monitoreo de IDEC 2013/2016*. <https://idec.edu.do/uploads/IDEC2016Web.pdf>

León, N. (2019). Textos escolares desde una visión crítica de la Matemática. En Á. Ruiz (Ed.). *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática* (pp. 87-100). Universidad de Costa Rica. <http://funes.uniandes.edu.co/14977/>

Licera, R., Gascón, J., Bosch, M. (2019). Las tres dimensiones fundamentales del problema didáctico de los números reales. *Contextos de Educación* 26 (19), 13-26. <http://www2.hum.unrc.edu.ar/ojs/index.php/contextos/article/view/925/1020>

Matos, J. M. (2021). História da educação matemática e formação de professores. Imprimindo historicidade à formação de professores. En M.C.S. Martines & C.C. de Oliveira (Edt.). *Anais XIV Seminário Nacional de História da Matemática* (pp. 90-98). Minas Gerais (Brasil): Universidade Federal do Triângulo Mineiro.

Ministerio de Educación de la República Dominicana. Consejo Nacional de Educación (2013a). *Ordenanza 03-2013. Modifica la estructura académica del Sistema Educativo Dominicano*.

- SITEAL. Sistema de Información de Tendencias Educativas en América Latina.  
[https://siteal.iiep.unesco.org/sites/default/files/sit\\_accion\\_files/ordenanza\\_3\\_2013.pdf](https://siteal.iiep.unesco.org/sites/default/files/sit_accion_files/ordenanza_3_2013.pdf)
- Ministerio de Educación de la República Dominicana (2013b). *Memoria 2013*.  
<https://www.ministeriodeeducacion.gob.do/docs/memorias/memoria-2013.pdf>
- Ministerio de Educación de la República Dominicana. (2016a). *Bases de la Revisión y Actualización Curricular*. <https://www.didactica.edu.do/wp-content/uploads/2018/02/Bases-de-la-Revisi%C3%B3n-y-Actualizaci%C3%B3n-Curricular.pdf>
- Ministerio de Educación de la República Dominicana. (2016b). *Diseño Curricular Nivel Secundario, Primer Ciclo*. <https://www.ministeriodeeducacion.gob.do/docs/direccion-general-de-curriculo/RtcE-diseno-curricular-del-nivel-secundario-primer-ciclopdf.pdf>
- Montero, L. V. & Mahecha, J. A. (2020). Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto. *Praxis & Saber*, 11(26).  
[http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S2216-01592020000200211&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S2216-01592020000200211&script=sci_arttext)
- Morales-García, L., Navarro, C., & Díaz-Levicoy, D. (2021). Significados del número natural en libros de texto mexicanos: un análisis descriptivo. *Educación matemática*, 33(3), 94-120.  
[https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2448-80892021000300094&script=sci\\_arttext](https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2448-80892021000300094&script=sci_arttext)
- Otaki, K. & Asami-Johansson, Y. (2022). Exploring the Paradidactic Ecosystem: Conditions and Constraints on the Teaching Profession. En Y. Chevallard, B. Barquero, M. Bosch, I. Florensa, J. Gascón, P. Nicolás & N. Ruiz-Munzón (Edt.) *Advances in the Anthropological Theory of the Didactic* (pp. 155-163). Suiza: Birkhäuser.
- Peña, R. (2004). *Matemática 1, Educación Media*. Secretaría de Estado de Educación. República Dominicana. (2.ª ed.).
- Peña, R. (2006). *Matemática IV: educación media segundo grado segundo ciclo*. Santo Domingo: Secretaría de Estado de Educación de Educación. República Dominicana. (2.ª ed.)
- Peña, R. (2013). *Matemática 1, Educación Media*. Ministerio de Educación. República Dominicana.
- Poveda, W. (2020). Resolución de problemas matemáticos en GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 9(1), 26-42. <http://funes.uniandes.edu.co/32387/>

Proulx, J. (2020). Donner un sens à la résolution d'équations: réflexions didactiques inspirées de stratégies de calcul mental. *Petit x*, 113, 31-40. <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/PX/IGR20015/IGR20015.pdf>

Real Decreto 217 (2022). Se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. «BOE» núm. 76, de 30 de marzo de 2022. <https://www.boe.es/buscar/pdf/2022/BOE-A-2022-4975-consolidado.pdf>

Ruiz-Munzón, N., Bosch, M. & Gascón, J. (2020). Un modèle épistémologique de référence pour la recherche sur l'algèbre élémentaire. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 22(1), 123-144. <https://doi.org/10.7202/1070027ar>

Salcedo, A. (2020). Actividades de Tablas Estadísticas en Textos Escolares de Matemáticas: Statistical Table Activities in School Texts of Mathematics. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 20(2). <https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/5044>

Serres, Y., Suero, J., Msc. & Mosquera, J. (2023a). *Matemática. Segundo Grado. Primer Ciclo. Educación Secundaria*. Ministerio de Educación de la República Dominicana, MINERD.

Tettay-Mejía, S. I., Pulgar-García, M. & Rojas-Sandoval, Y. (2019). Errores en la resolución de problemas con ecuaciones de primer grado en estudiantes de secundaria. *Praxis*, 15(2), 193-205. <https://revistas.unimagdalena.edu.co/index.php/praxis/article/view/3249>

Vargas, M. F., Fernández-Plaza, J. A., & Ruiz, J. F. (2020). La derivada de los libros de texto de 1.º de Bachillerato: un análisis a las tareas propuestas. *Avances de investigación en educación matemática*. <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/203832>