



Revista EDUCATECONCIENCIA.

Volumen 18, No. 19.

E-ISSN: 2683-2836

ISSN: 2007-6347

Periodo: Abril - junio 2018

Tepic, Nayarit. México

Pp. 65-78

Doi: <https://doi.org/10.58299/edu.v18i19.68>

Recibido: 11 de mayo del 2018

Aprobado: 11 de junio del 2018

Publicado: 30 de junio del 2018

La Modelación en el Aprendizaje de las Matemáticas

Modeling in the Learning of Mathematics

Autores

María Inés Ortega Árcega

Universidad Autónoma de Nayarit

maijua9@hotmail.com

David Zamora Caloca

Universidad Autónoma de Nayarit

david.zamora@uan.edu.mx

José Trinidad Ulloa Ibarra

Universidad Autónoma de Nayarit

jtulloa@uan.edu.mx

Jonathan Jair González Ortega

Universidad Autónoma de Nayarit

ronaldinho_biosap@hotmail.com

La Modelación en el Aprendizaje de las Matemáticas

Modeling in the Learning of Mathematics

Autores

María Inés Ortega Árcega

Universidad Autónoma de Nayarit
maijua9@hotmail.com

David Zamora Caloca

Universidad Autónoma de Nayarit
david.zamora@uan.edu.mx

José Trinidad Ulloa Ibarra

Universidad Autónoma de Nayarit
jtulloa@uan.edu.mx

Jonathan Jair González Ortega

Universidad Autónoma de Nayarit
ronaldinho_biosap@hotmail.com

Resumen

Se describe el empleo de la modelación matemática que se trabajó en diversos talleres, que relaciona la matemática escolar con la vida cotidiana. Las situaciones problema, resultaron de dos proyectos desarrollados en el Área de Ciencias Básicas e Ingenierías de la Universidad Autónoma de Nayarit, uno relacionado con la parábola, en el que se desarrollan actividades sobre el lanzamiento de un chorro de agua; el segundo se relaciona con el cálculo integral en la que se seleccionaron figuras de material fomi, para aproximar su área. Se pretende que mediante las distintas representaciones semióticas el alumno logre comprender los conceptos. Los objetivos se valoraron por la observación en clase, el desempeño, encuestas y entrevistas.

Palabras clave: Modelación matemática, Representaciones semióticas, Tracker.

Abstract

It describes the use of mathematical modeling that was worked in various workshops, which relates school mathematics to everyday life. The problem situations resulted from two projects developed in the Area of Basic Sciences and Engineering of the Autonomous University of Nayarit, one related to the parabola, in which activities are developed on the launching of a water jet; the second is related to the integral calculus in which fomi material figures resembling regions bounded by functions were selected to approximate their area. It is intended that by means of the different semiotic representations

the student achieves to understand the concepts. The objectives were assessed by observation in class, performance, surveys and interviews.

Keywords: Mathematical modeling, Semiotic representations, Tracker

Introducción

Una forma de enseñanza y aprendizaje es situar al estudiante en un contexto de su vida cotidiana (Téllez, 2010), porque le permite integrar nuevos conocimientos mediante el desarrollo de un proceso de investigación y aplicación de una situación problema (Hitt y González, 2015), así como en la presentación de alternativas de solución, en este caso, de la modelación matemática de la forma de un chorro y el cálculo de áreas de figuras hechas de material fomi acotada por funciones.

En la enseñanza tradicional, el hecho de saber matemáticas significa que el alumno solucione problemas planteados por el profesor o en el libro de texto, con enunciados como “calcula el área acotada entre las funciones” “desarrolla en fracciones parciales”, “soluciona la ecuación” o “deriva la función”, ejercicios sin relación con las actividades cotidianas, por eso es importante replantear lo señalado por Freudenthal (1980, *p. 20*) sobre el uso de la modelación matemática, pues sin duda, lo más trascendental es que el empleo de contextos reales cercanos al hábitat de los actores de la educación, motiva a los estudiantes a aprender matemáticas, ya que muestran interés durante el proceso.

Este tipo de planteamientos facilita la retención de todo lo que sea posible construir y que tenga sentido en su contexto, y la convivencia colaborativa en la que se propicia el intercambio de ideas, la participación, el respeto, la honestidad y la puntualidad, entre otros valores, tan necesarios en la sociedad mexicana actual.

En la figura 1, se señala que la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se orienta a la solución de ejercicios o de problemas que genera conocimiento dentro de la misma matemática, omitiendo la relación del saber matemáticas con la vida cotidiana, que favorezca la generación de las competencias como trabajo colaborativo, elaboración de un

reporte, la discusión de los resultados ante el grupo y la interpretación de las diferentes representaciones semióticas en función de la situación problema.

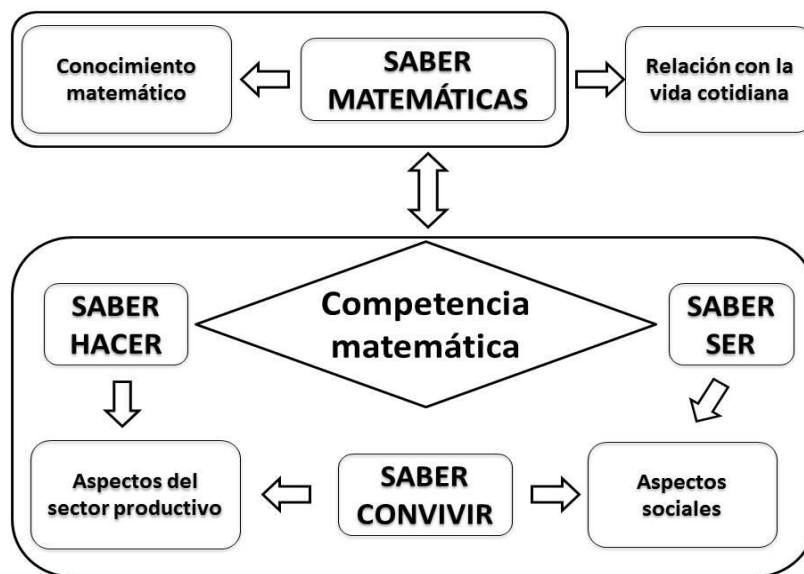


Figura 1. Elementos a considerar en la enseñanza de las matemáticas.

De acuerdo con Hitt y González (2015), una situación problema debe ser simple, fácil de entender (no implica que sea fácil de resolver), que propicie la reflexión y la interacción de los estudiantes, con la diferencia que la manipulación de la fotografía o video con el software Tracker genera registros semióticos, que los miembros del equipo colaborativo relacionan, proporcionándoles la posibilidad de construir, discutir y comprender, en sus diferentes formas de representación, el modelo matemático (Pantoja, Guerrero, Ulloa, Nesterova, 2016; Arrieta y Díaz, 2015) de la situación de la vida cotidiana.

En el estudio, los alumnos enfrentaron el reto de diseñar colaborativamente el escenario de grabación, a manipular la cámara de video, ya sea de su dispositivo móvil o estándar, a discutir e interpretar lo presentado por Tracker en la pantalla, a determinar con el empleo de GeoGebra, los parámetros de la parábola que modela la forma idealizada del chorro de agua, y determinar las funciones que limita el área de las figuras grabadas en fotografía entre otras actividades.

Materiales y métodos

La Teoría de las Representaciones Semióticas (Duval, 2004) sustentó los proyectos descrito y la metodología empleada fue la Modelación Matemática (Arrieta y Díaz, 2015) y ACODESA (Hitt y González, 2014), que se reflejan en las actividades que desarrollaron los alumnos en la fase experimental de cada uno de los talleres en los que puso en juego la propuesta didáctica.

A partir del video o de la fotografía, el alumno señala la trayectoria del chorro de agua o de la figura fomi, que Tracker muestra en pantalla en dos formas, a saber: datos que representan las variables elegidas y tres gráficas en el plano cartesiano (x vs. t , y vs. t , y vs. x). Es en esta parte, donde los alumnos relacionan la situación problema con las gráficas, datos y las funciones de ajuste.

El propósito de las propuestas didácticas es ofertar al profesor de matemáticas una serie de ejemplos, para que valore su incorporación a su labor docente, pues con base en las evidencias recopiladas se propicia aprendizaje de los temas seleccionados, se promueven algunas competencias como la modelación matemática, el manejo de las tecnologías y la escritura de reportes, se incentiva la motivación por aprender matemáticas con propuestas de enseñanza alternativas, además de fortalecer valores como la participación, puntualidad, trabajo colaborativo y honestidad, entre otros.

1. El video y la fotografía digital como mediador para aprender el objeto matemático Parábola (Lanzamiento del chorro de agua).

Éste proyecto de investigación se realizó en el periodo comprendido de marzo 2016 a marzo 2017. Se parte de una situación problema de la vida cotidiana, como es el lanzamiento natural de un chorro de agua desde un recipiente cerrado y con orificio en la parte superior en tres diferentes posiciones, que se fotografía para su análisis con el software Tracker. La diferencia entre lo planteado tradicionalmente con la propuesta, es que se mantiene fija la trayectoria del chorro de agua y es el plano cartesiano el que se desplaza vertical y horizontalmente, además de girarlo en ángulos 90° , 180° y 270° grados, con el propósito investigar el efecto que produce sobre el aprendizaje del alumno, la modelación

matemática de situaciones cotidianas con el Tracker y el GeoGebra e indagar si los alumnos se motivan para aprender matemáticas.

La enseñanza tradicional de la parábola y la ecuación cuadrática se centra en la manipulación algebraica de la ecuación de segundo grado $y = ax^2 + bx + c$ para transformarla a la forma canónica $y - k = 4p(x - h)^2$, sin tratar de relacionarla con ejemplos del contexto de la vida diaria del estudiante.

En esta propuesta se emplearon distintas fotografías de un chorro de agua en diferentes posiciones (Figura 2), para que con el *software* Tracker el alumno analice la función, la gráfica y los datos mostrados en pantalla, y a partir de la manipulación de los ejes en distintas posiciones, el alumno logre comprender el efecto que produce sobre los coeficientes de la ecuación de segundo grado $y = ax^2 + bx + c$, cuando los ejes coordenados se trasladan sin girar y cuando se giran 90° , 180° y 270° , en sentido antihorario.

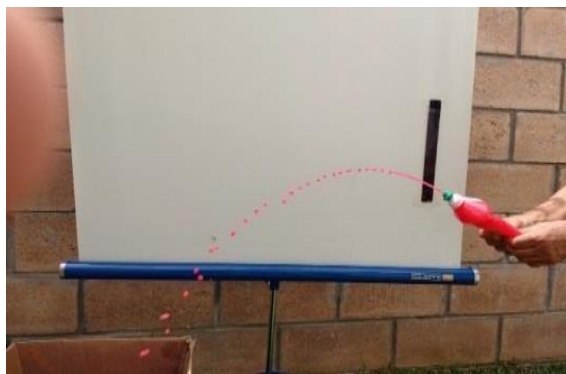


Figura 2. Fotografía de la forma de un chorro de agua

El taller se desarrolló en tres momentos:

1. El primero se orienta al manejo de los programas Tracker y GeoGebra, para obtener las distintas representaciones semióticas (Figura 3) relacionadas con la forma del chorro de agua.
2. Para el segundo momento, se trata el desplazamiento del sistema coordenado a distintas posiciones, sólo horizontales y verticales, y que observe como cambian los coeficientes de la ecuación cuadrática, por ejemplo, se le plantea la pregunta ¿Dónde ubicarías los

ejes coordenados para que la ecuación representativa de la forma del chorro de agua no tenga coeficiente lineal, *ie*, $b=0$?

- La actividad desarrollada en el tercer momento consistió en rotar los ejes coordenados 90° , 180° y 270° , con la finalidad de que los alumnos logren diferenciar entre las distintas posiciones de la parábola en el plano cartesiano y las ecuaciones

$y = ax^2 + bx + c$, $x = ay^2 + by + c$, que representan a las parábolas con ejes principales paralelos a los ejes coordenados (Figura 4).

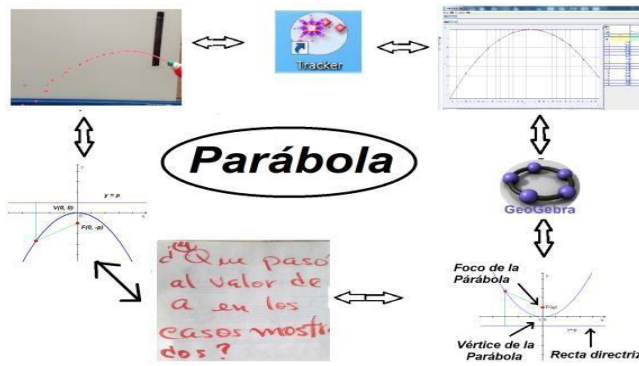


Figura 3. Representaciones semióticas para el chorro de agua.

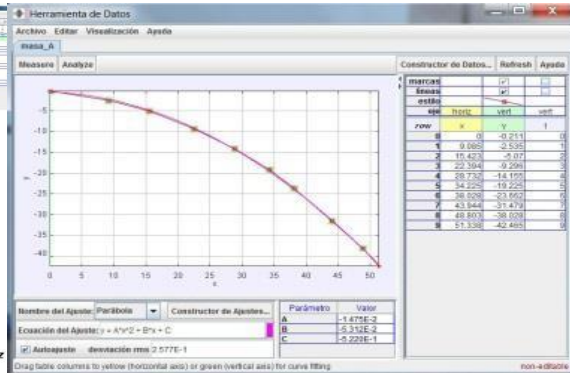


Figura 4. Gráfica asociada a la forma del chorro de agua.

En sesión grupal se presentaron y discutieron los reportes generados por cada equipo de trabajo y algo relevante para comentar, es que la alumna que aparece en la figura 5, trata de representar con su cuerpo el bosquejo de la gráfica de la parábola.



Figura 5. Representación de la parábola por parte de una alumna.

De la misma manera, se programó la entrevista realizada a cinco estudiantes de distintos niveles de comprensión, para conocer de viva voz la experiencia de aprendizaje vivida por esta alternativa de enseñanza. Al finalizar los equipos entregaron el cuaderno de trabajo contestado y el reporte al profesor, quien ha realizado una revisión para determinar si los objetivos propuestos se alcanzaron, así como verificar el cumplimiento de la hipótesis de la investigación.

2. Cálculo de áreas de figuras planas de material fomi.

El proyecto “La fotografía y video digital de secciones transversales de objetos cotidianos como mediadores para el cálculo de áreas en un contexto realista” está en proceso (vigencia abril 2017 a abril 2018) y consiste en que el alumno relacione la matemática enseñada en el aula con situaciones problemas de la vida cotidiana, como es el cálculo de áreas de figuras planas confeccionadas en material fomi, seleccionadas del libro de Thomas (2016, p. 384) y ampliadas para ser recortadas y utilizadas en la fase experimental.

A las figuras fomi se les colocó sobre un papel cuadriculado, primero se aproximó el área por medio del conteo de los cuadros completos e incompletos, para posteriormente usar la fotografía, los software Tracker y GeoGebra, que con sus rutinas permiten marcar la región y ajustar las funciones más idóneas y así aproximar su área, por último se calcula el área total con la rutina de integración del GeoGebra. Las actividades de aprendizaje se integraron en un cuaderno de trabajo y fueron desarrolladas individual y colaborativamente bajo la supervisión del profesor.

Resultados y discusión

En la búsqueda por hacer más atractiva y eficiente las clases de matemáticas para los estudiantes que cursan el nivel superior (incluso otros niveles educativos), se han trabajado estrategias muy interesantes con la modelación matemática, que Blum (1993, citado en Peña y Morales, 2016) interpreta como el “proceso de construcción de un modelo, dirigido de una situación real a un modelo matemático, específicamente, la manera de conectar el mundo real con las matemáticas”.

Lo interesante de la modelación de situaciones problema planteadas en las clases de matemáticas, es que se generan en los estudiantes capacidades y habilidades necesarias para la solución de posibles problemas prácticos cotidianos, en otras palabras, los hace competentes.

- **La forma del chorro de agua**

De la revisión del cuaderno de trabajo, se evidencia que los alumnos tienen un nivel aceptable de manipulación algebraica, logran identificar los parámetros y los señalan sobre la gráfica que se les pide trazar en el cuaderno (Figura 6a), aunque con sus acepciones, porque no logran identificar algunos parámetros (Figura 6b), por ejemplo en el reporte de un alumno, su desarrollo algebraico es correcto, pero en su grafica no logra colocar los parámetros de manera correcta.

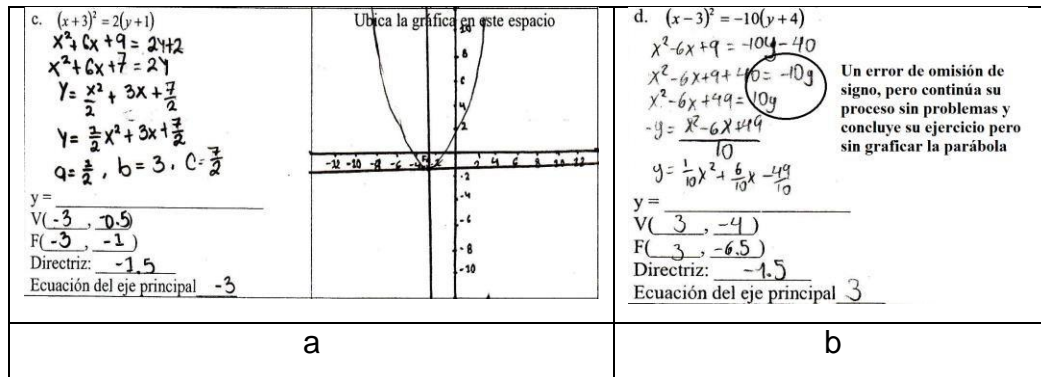
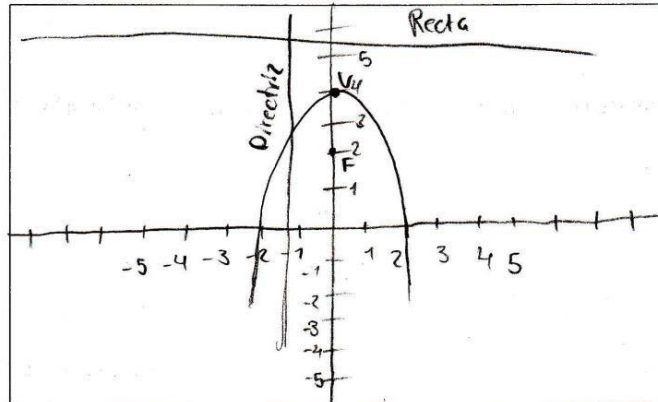


Figura 6. Extracto de la respondido por los alumnos en el cuaderno de trabajo.

En una de las actividades se les pide a los alumnos que reconozcan, en la fotografía de la trayectoria del chorro de agua, la parábola y sus parámetros, que de acuerdo a lo revisado en el cuaderno de trabajo (figura 7) lo hacen satisfactoriamente pues logran identificar y graficar la parábola asociada al chorro de agua, pero su destreza en el trazo de la gráfica a lápiz y papel dista mucho de lo mostrado en la computadora.

3. En el plano cartesiano traza el bosquejo de la gráfica representativa de una de las trayectorias completa del chorro de agua y ubica los elementos: Vértice, Foco, Recta directriz y eje principal o de simetría de la parábola.



Explica porque lo hiciste de esa manera.

por que es el recorrido mas simple en el chorro de agua

Figura 7. Representación del chorro de agua como parábola.

La entrevista clínica se orientó a investigar la opinión del estudiante sobre el desarrollo de la propuesta y aquí se presenta un extracto de las respuestas de los alumnos a la pregunta: ¿Cómo te pareció esta forma de aprender matemáticas?

- A1:** Me pareció padre porque siempre nos daban la ecuación y hacíamos la gráfica, sabíamos que era una parábola, pero no sabíamos que la podíamos aplicar a la vida real. Relacionábamos cosas que veíamos todos los días con cuestiones matemáticas.
- A2:** Estuvo interesante, porque mientras nos daban la información, lo estábamos haciendo en los softwares, lo cual ayudo mucho, no fue que pasáramos de la teoría a la práctica, si no que fue al mismo tiempo, lo cual me ayudo a aprender más.
- A3:** Me pareció una forma interesante, porque era algo que no teníamos la perspectiva de que en la vida cotidiana pudiéramos encontrar este tipo de ejemplos como de parábolas y todo eso.
- A4:** Es una forma diferente, porque es una forma dinámica, fuera del convencionalismo y es muy atractivo aprender de esta manera, porque es de manera teórica porque vez los paso y de forma práctica estás viendo que se mueve la parábola, los ejes, las coordenadas.

A5: Me agrado mucho la idea de usar la tecnología para hacer este tipo de actividades, el Tracker nunca lo había utilizado, el GeoGebra un poco, pero de combinarlo me pareció una excelente idea

Se concluye que la forma en cómo se llevó a cabo el taller ayudó a los estudiantes a relacionar su vida cotidiana con la escuela y a propiciar aprendizaje de la parábola, además de que señalan que los motivó a aprender matemáticas.

- **Figuras fomi.**

A partir de las sugerencias de Hitt y González (2015) sobre el empleo de situaciones problemas en el contexto del estudiante, en el proyecto se utilizaron figuras recortadas en material fomi, cuyos contornos asemejen las diversas gráficas de funciones tratadas en el pizarrón o en la computadora (figura 8).

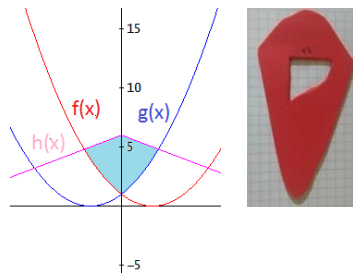


Figura 8. Región limitada por dos funciones.

Las figuras fomi se fotografiaron y se procesaron con Tracker y GeoGebra, con la finalidad de que obtener sus representaciones semióticas y que los alumnos, bajo el marco de la Teoría de Duval (figura 9), relacionaron para obtener un modelo matemático del área del objeto y auxiliarse del GeoGebra para calcular su área.

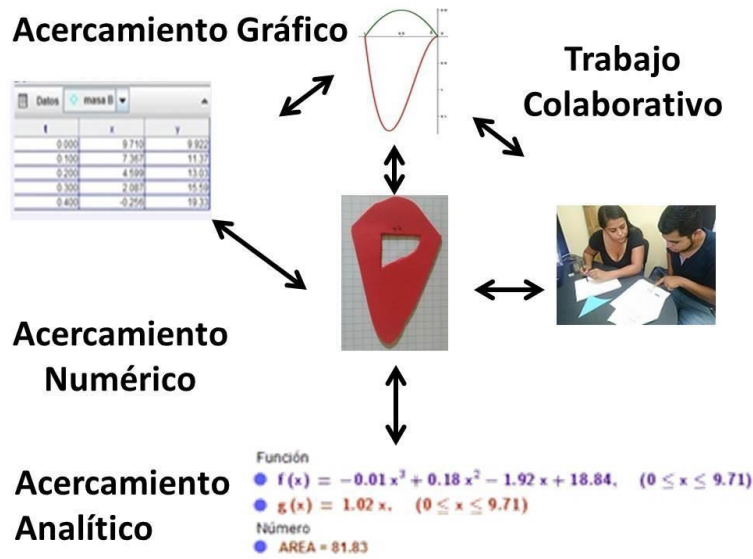


Figura 9. Representación semiótica de la figura fomi.

En la figura 10 se muestra la figura fomi situada sobre papel cuadriculado, con el fin de que el alumno dibuje los contornos y determine un valor mayor que sea cercano al área y otro valor que sea menor pero cercano a tal área. Posteriormente, la fotografía se procesó con Tracker y los datos con GeoGebra, para determinar las funciones que delimitan la región, los límites de integración y por medio de la rutina de integración del GeoGebra, aproximar el área.

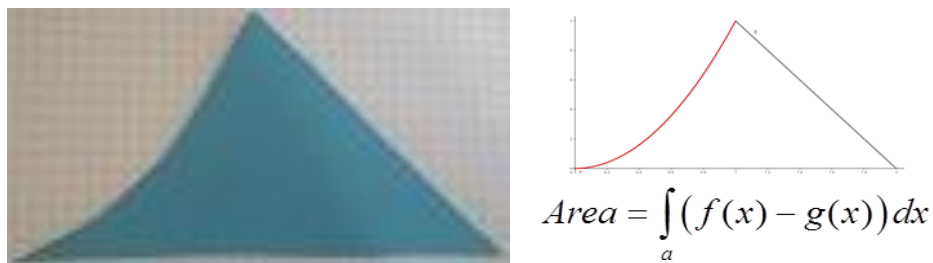


Figura 10. Figura fomi y su área.

Como valores agregados al conocimiento adquirido, los estudiantes adquirieron habilidades en el manejo de fotografía y video, además de fomentar los valores como participación, colaboración, motivación, puntualidad, honestidad, entre otros.

Conclusiones

La modelación permite que el estudiante visualice las matemáticas en otro contexto, además de darle sentido a lo que aprendió en el aula se concluye que las propuestas influyeron positivamente sobre el aprendizaje y la motivación de relacionar la matemática escolar con situaciones problema de la vida cotidiana.

Las actividades que integran situaciones problema, como el chorro de agua y el cálculo de áreas de figuras fomi, propician que los alumnos tomen un rol más activo en su aprendizaje, porque intervienen directamente en la construcción de su aprendizaje, paralelo al desarrollo de capacidades y habilidades como: relacionar los elementos matemáticos con su contexto, además de fortalecer sus ideas, argumentos y conocimientos.

El trabajo en grupo colaborativo favorece respaldar sus ideas y puntos de vista basados en sus experiencias adquiridas en el ambiente académico y fuera del mismo. También aprenden a escuchar y aceptar las diferentes opiniones del resto de sus compañeros, logran reflexionar de sus conocimientos, porque exponen sus ideas y se percataban si lo habían entendido de manera similar o si había diferencias significativas que pudieran tomarse en cuenta.

Tracker y el GeoGebra son programas son un medio eficaz para reunir y analizar los datos de un problema cotidiano y hacer posible el análisis de algunas situaciones que de otra manera no sería posible.

Referencias

- Arrieta, J., y Díaz, M. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *RELIME*, 18 (1), 19-48. DOI: 10.12802/relime.13.1811.
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. ISBN: 958-670-329-0.

- Freudenthal, H. (1980) "Major Problems of Mathematics Education," en *Conferencia Plenaria ICME 4, Berkeley. Educational Studies in Mathematics 12. Antología de Educación Matemática*. Sección Matemática Educativa CINVESTAV-IPN.
- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational studies in mathematics*, 88(2), 201-219.
- Pantoja, R. Guerrero, L., Ulloa, R. Nesterova, E. (2016). Modeling in problem situations of daily life. *Journal of Education and Human Development*, Vol. 5, No. 1, pp. 62-76. Published by American Research Institute. Recuperado el 23 de Mayo de 2016 de <http://jehdnet.com/>. Electronic Version. DOI: 10.15640/jehd.v5n1a1. ISSN: 2334-2978.
- Peña-Páez, L. M., & Morales-García, J. F. (2016). La modelación matemática como estrategia de enseñanza-aprendizaje: El caso del área bajo la curva. *Revista Educación en Ingeniería*, 11(21), 64-71.
- Téllez, A. (2010). *Secuencias didácticas ABP para principios de la dinámica y leyes de Newton en bachillerato*. México: Instituto Politécnico Nacional. Consultado el 26/08/2014 http://www.cicata.ipn.mx/FILES/PDF/PROFE_M_20100200_001.PDF.
- Thomas, JR., G. B. (2006). *Cálculo. Una variable*. Undécima edición. PEARSON EDUCACIÓN: México. ISBN: 970-26-0643-8.