

Revista EDUCATECONCIENCIA.
Volumen 30, No.34
E-ISSN: 2683-2836
ISSN: 2007-6347
Periodo: enero- marzo 2022
Tepic, Nayarit. México
Pp. 161-184
Doi: <https://doi.org/10.58299/edu.v30i34.501>

Recibido: 18 enero 2022
Aprobado: 11 de marzo 2022
Publicado: 31 de marzo 2022

Aprendizaje autogestivo de vectores en R^2 con apoyo de GeoGebra
Self-managing learning of vector in R^2 with support of GeoGebra

José Francisco Villalpando Becerra
Universidad de Guadalajara, México.
francisco.villalpando@academicos.udg.mx
<https://orcid.org/0000-0003-3226-7247>

Rafael Pantoja Rangel
Universidad de Guadalajara, México.
rpantoja@prodigy.net.mx
<https://orcid.org/0000-0002-7116-1157>

Aprendizaje autogestivo de vectores en R^2 con apoyo de Geogebra

Self-managed learning of vector in R^2 with support of GeoGebra

José Francisco Villalpando Becerra
Universidad de Guadalajara, México.
francisco.villalpando@academicos.udg.mx
<https://orcid.org/0000-0003-3226-7247>

Rafael Pantoja Rangel
Universidad de Guadalajara, México.
rpantoja@prodigy.net.mx
<https://orcid.org/0000-0002-7116-1157>

Resumen

En este trabajo el problema de investigación se relaciona con el diseño, implementación y efectividad de un Objeto para Aprendizaje autogestivo sobre los resultados de aprendizaje de vectores en R^2 . La investigación fue de tipo cuasi-experimental, debido a que el grupo con el que se trabajó ya estaba formado previamente, del mismo se seleccionaron dos subgrupos aleatoriamente, uno denominado control y el otro experimental, su enfoque fue cuantitativo al compararon los resultados de aprendizaje por medio de un postest y de una encuesta de satisfacción. El objetivo de la investigación fue el de determinar y evaluar el efecto producido con el empleo del Objeto para Aprendizaje generado en GeoGebra sobre los resultados de aprendizaje obtenidos por los alumnos. Acorde al resultado en el análisis estadístico, se concluyó que no existió diferencia estadísticamente significativa entre los resultados de aprendizaje de los alumnos del grupo experimental y los del grupo control.

Palabras clave: Aprendizaje autogestivo, GeoGebra, objeto para aprendizaje, vectores en R^2 .

Abstract

In this work, the research problem is related to the design, implementation and effectiveness of an Object for self-managed Learning on the learning results of vectors in R^2 . The research was of a quasi-experimental type, due to the fact that the group with which we worked was already formed previously, from which two subgroups were randomly selected, one called control and the other experimental, its approach was quantitative when comparing the learning results through a post-test and a satisfaction survey. The objective of the research was to determine and evaluate the effect produced with the use of the Learning Object generated in GeoGebra on the learning results obtained by the students. According to the result in the statistical analysis, it was concluded that there was no statistically significant difference between the learning results of the students of the experimental group and those of the control group..

Keywords: Self-managed learning, GeoGebra, learning object, vectors in R^2 .

Introducción

Situación problémica

El objetivo principal de la escuela debe ser el de facilitar diversas herramientas, además de encaminar a los alumnos en la preparación necesaria para que puedan cumplir de forma adecuada los objetivos sociales de la institución. De forma particular, con la enseñanza de las matemáticas en cualquier institución educativa se trata de que los alumnos sean aptos para desenvolverse en la sociedad, lo que contiene, entre otras cosas, la facultad para razonar de forma lógica, además de ser capaces de plantear problemas que no sean rutinarios y manifestarse por aquellas ideas que son fundamentadas en la matemática.

Sin embargo, para poder afrontar de forma flexible y versátil las diversas condiciones en la escuela a las que se enfrenta un docente en su vida académica, Crispín, *et al.* (2012, p. 6) señalan que “los docentes adopten nuevas estrategias de enseñanza que fomenten un aprendizaje significativo y activo, donde los alumnos se sientan capaces de aprender, trabajar en equipo, aplicar lo que experimentan en diferentes contextos, saber tomar decisiones y actuar en consecuencia”.

En este sentido Cabero (2000) afirma que:

La figura del docente es fundamental en el éxito de la incorporación de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC). Sus pensamientos y las actividades con las que aprovecha las tecnologías, su disposición, sus experiencias de éxito o fracaso hacia su integración y los posibles beneficios en los procesos de enseñanza y aprendizaje son el eje central sobre el que pivota una buena práctica con las TIC. (p. 5).

Según Fernández y Lazaro (2008, p. 180) se requiere para una enseñanza de calidad fundada en la unificación de las TIC, además de “una formación del profesorado que haga posible un vuelco en el planteamiento educativo, en sus formas de relacionarse e interactuar con ellas y, una alteración sustancial en los modos, pensamientos, representaciones y prácticas desarrolladas en torno a las tecnologías”.

Es entonces que, con el apoyo de las TIC, se desarrolló un Objeto para Aprendizaje (OPA) diseñado en GeoGebra (Hohenwarter, 2015) de las características de vectores en R^2 particularmente magnitud, dirección y proyección. Además, el programa ExamView Test Generator® (Broderick, 2013) se utilizó para la elaboración, tanto de la autoevaluación, como del postest para las características de vectores.

Para elaborar el OPA, se tomaron en cuenta tanto factores pedagógicos como aspectos de software para obtener un material educativo de calidad a fin de conseguir los objetivos de aprendizaje. Mientras que en la construcción del mismo se comenzó desde el análisis de las necesidades de aprendizaje. Los resultados se usaron para acotar el OPA, seleccionar y estructurar el contenido, y diseñar las actividades a realizar.

Antecedentes

Aprendizaje autogestivo

De acuerdo a Cajal (2020):

La autogestión del aprendizaje, también llamado aprendizaje autogestivo, aprendizaje autorregulado o autogestionado, es el proceso activo y constructivo por el que los estudiantes establecen y trabajan en pro de unas metas de aprendizaje a través del seguimiento, regulación y control de la motivación, la cognición y la conducta. (p. 1).

Además, Cajal (2020, p. 2) menciona que en el aprendizaje autogestivo “se entiende que el propio estudiante gestiona todos estos aspectos de sí mismo para conseguir los objetivos que se ha propuesto y, además, los objetivos también se van retroalimentando con aspectos personales del estudiante”.

Smith (2001, p. 665) afirma que “a diferencia de los estudiantes que permanecen pasivos recibiendo la instrucción que es determinada por una autoridad externa, el estudiante que autogestiona su motivación tiene un objetivo intrínseco o extrínseco que lo guía hacia el auto-mejoramiento”. Es decir, según Góngora (s. f.) “el alumno como el profesor exijan de sí mismos

y mutuamente mayores recursos motivacionales personales para administrarse y desempeñarse en las actividades académicas” (par. 11).

Objetos para Aprendizaje

Los OPA en el ambiente educativo se implementan sin tener en cuenta en muchas ocasiones a las TIC, no obstante, cuando se utilizan toma sentido el concepto de poseer alguna unidad de aprendizaje autocontenida, interoperable, reutilizable, durable y actualizable.

Existen dos áreas de conocimiento que tienen relación con los OPA, la pedagógica y la tecnológica. La primera tiene que ver con las cuestiones pedagógicas asociadas a diseñar y desarrollar contenidos educativos basados en la noción de OPA, los cuales tienen que ser funcionales en varios ambientes de aprendizaje; la segunda comprende los desafíos relacionados con la tecnología durante la creación de plataformas y programas educativos fundamentados en esta noción.

Por tanto, según Mora (2012, p. 108) un OPA es:

una entidad extensa, pero en realidad, debe desarrollar solamente un objetivo, debe contener actividades y una evaluación o comprobación final. Lo anterior puede ser variado según las necesidades específicas. Se trata de un material concreto, con contenidos y actividades de evaluación. Esto tiene el propósito de ampliar las posibilidades de adaptar el objeto para varios cursos y contextos, a diferencia de un material que sea más extenso y abarque muchos contenidos.

Objetivo

El objetivo de la esta investigación fue determinar y evaluar el efecto que produce el empleo del OPA sobre los resultados de aprendizaje obtenido por los alumnos en la materia Álgebra Lineal I, sobre las características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 .

Además, el problema de investigación se relaciona con el diseño, implementación y efectividad del OPA en los resultados de aprendizaje de las características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 en los alumnos de la materia Algebra Lineal I que estudian en las diferentes carreras del Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI) de la

Universidad de Guadalajara (UdeG), ya que según observaciones comentadas por los profesores de la materia en las reuniones de academia, tal tema se complica para los estudiantes.

Además, la presente investigación se encaminó en responder la pregunta de investigación: ¿qué efecto produce la implementación del OPA de las características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 sobre los resultados de aprendizaje de los alumnos en la materia Álgebra Lineal I impartida en el CUCEI?

Materiales y método

Participantes

La investigación se realizó en un grupo de la materia Algebra Lineal I, ofertada por el Departamento de Matemáticas (DM) del CUCEI de la UdeG, la cual es cursada en diferentes semestres y diferentes carreras, debido a que no tiene prerrequisitos los alumnos se inscriben con el profesor y horario que más les convenga. Como el grupo ya estaba formado de antemano, la investigación fue cuasi-experimental.

En dicho grupo se seleccionaron dos subgrupos de manera aleatoria, uno fue grupo de control y otro experimental, para este último se desarrolló un OPA autogestivo diseñado en GeoGebra (Hohenwarter, 2015). El grupo experimental estuvo conformado por 12 estudiantes y el otro grupo de control, mientras que el experimental por 13 estudiantes.

A los estudiantes del grupo experimental se les proporciono un CD con el OPA diseñado para esta investigación, y los estudiantes del grupo de control asistieron a clases de forma tradicional.

Según el plan de estudios, la materia de Algebra Lineal I esta considera como curso-taller, la cual tiene asignadas 60 horas de carga horaria semestral, de las cuales 40 horas son de teoría y 20 de práctica, que se imparten en dos clases por semana, de dos horas cada una respectivamente.

Técnica e instrumentos

La investigación se realizó en tres etapas:

Para la primera etapa de este trabajo se hizo un intensivo análisis bibliográfico, con el fin de documentar la investigación a realizar, así como el acotamiento del objeto de estudio, esencial en la realización del diseño experimental.

La segunda etapa se destinó para diseñar y elaborar los materiales necesarios para la implementación de la propuesta del OPA para los estudiantes asignados al grupo experimental, además de la encuesta de satisfacción sobre la calidad del material que se aplicó a los alumnos del grupo experimental y el postest para los grupos de control y experimental.

Finalmente, en la última etapa se procesó la información para analizarla y obtener los resultados y elaborar conclusiones.

Objeto para Aprendizaje

El material diseñado para el OPA se grabó en un CD, ya que no se contaba con un dominio de internet para su hospedaje. El mismo fue diseñado utilizando applets de GeoGebra (Hohenwarter, 2015) y mostrado mediante una página web. Además, el programa ExamView Test Generator® (Broderick, 2013) se utilizó para la elaboración, tanto de la autoevaluación, como del postest para las características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 .

EL OPA contenían varios apartados (Figura 1), el primero denominado Vectores, es una introducción al tema de vectores en R^2 (Figura 2).

Figura 1.

Captura de pantalla de los Apartados del OPA.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 2.

Captura de pantalla de parte del contenido del apartado Vectores.

INTRODUCCIÓN

En la Geometría y en la física, muchas cantidades, tales como el área, el volumen, la temperatura, la masa y el tiempo, pueden caracterizarse mediante un solo número real en las unidades de medición apropiadas. A estas cantidades se les llama **cantidades escalares** y al número real correspondiente se le llama **escalar**.

Existen otras cantidades, tales como la fuerza, la velocidad y la aceleración en las que interesa tanto la magnitud como la dirección y, por lo tanto no pueden caracterizarse completamente mediante un solo número real. Para representar tales cantidades se emplean **segmentos de rectas dirigidos**, como el que se muestra en la figura 2.1. Este segmento de recta dirigido \overrightarrow{PQ} tiene a P como **punto inicial** y a Q como **punto final** y su **longitud** (o **magnitud**) se denota $|\overrightarrow{PQ}|$. Los segmentos de recta dirigidos que tienen una misma longitud y dirección son **equivalentes**, como los que se muestran en la figura 2.2. El conjunto de todos los segmentos de recta dirigidos que son equivalentes a un segmento de recta dado \overrightarrow{PQ} es un **vector en el plano** y se denota $v = \overrightarrow{PQ}$.

Figura 2.1

Fuente: Elaboración propia.

Los tres siguientes corresponden a las características de magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 . Los ejemplos que se presentaron para cada una de las características pueden ser comprobados con el applet correspondiente.

En la Figura 3 se muestran una captura de pantalla con parte del contenido del apartado Magnitud y del applet de Geogebra (Hohenwarter, 2015).

Figura 3.

Captura de pantalla de parte del contenido del apartado Magnitud y del applet de GeoGebra.

2.2 Operaciones de Vectores

Magnitud

Puesto que en realidad un vector es un conjunto de segmentos de recta equivalentes, se define la **magnitud** o **longitud de un vector** como la longitud de cualquiera de sus representaciones. Haciendo uso de la representación \overrightarrow{OR} y escribiendo el vector $\vec{r} = (a, b)$ se define a la magnitud como $|\vec{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$, véase la figura 2.2.1

Figura 2.2.1

EJEMPLO

Calcule las magnitudes de los siguientes vectores

- $\vec{v} = (2, 2)$
- $\vec{v} = (2, 2\sqrt{3})$
- $\vec{v} = (-2\sqrt{3}, 2)$
- $\vec{v} = (-3, -3)$
- $\vec{v} = (6, -6)$
- $\vec{v} = (0, 3)$

MAGNITUD, LONGITUD O NORMA

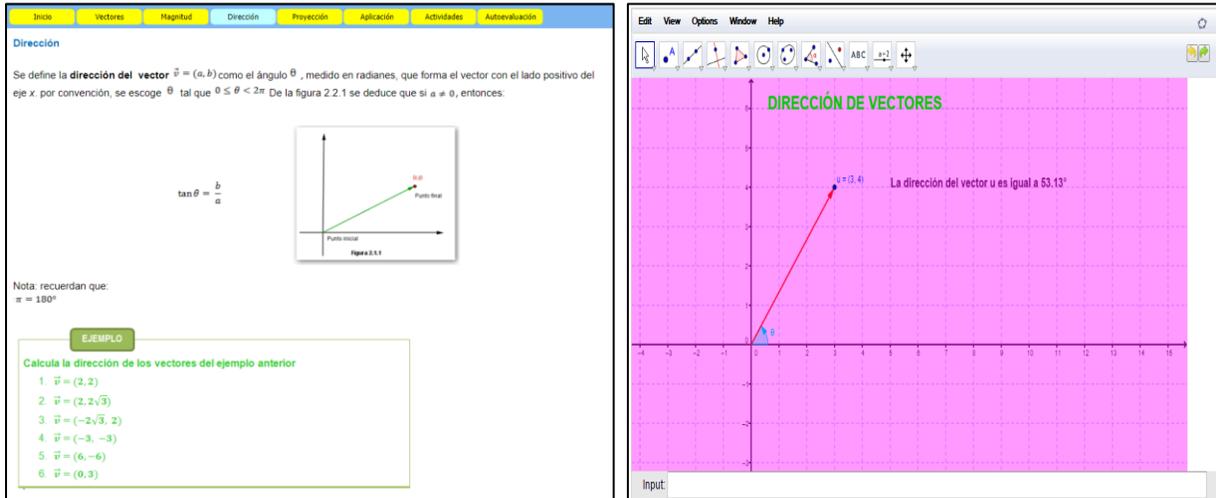
$v = (3, 4)$
 Magnitud del vector v es igual a 5

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 4 se muestran una captura de pantalla con parte del contenido del apartado Dirección y del applet de GeoGebra (Hohenwarter, 2015).

Figura 4.

Captura de pantalla de parte del contenido del apartado Dirección y del applet de GeoGebra.

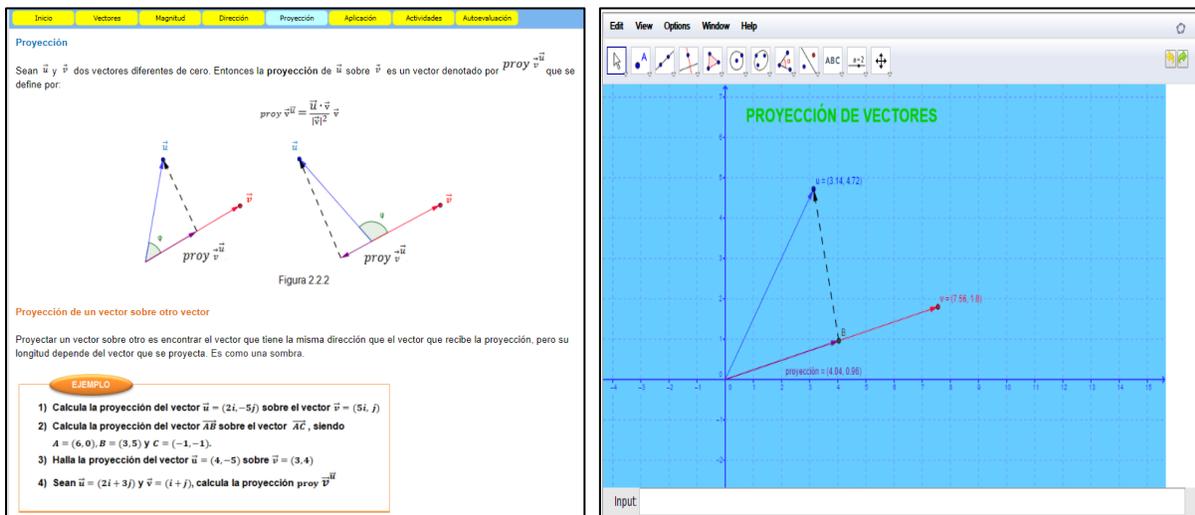


Fuente: Elaboración propia.

En la figura 5 se muestran una captura de pantalla con parte del contenido del apartado Proyección y del applet de GeoGebra (Hohenwarter, 2015).

Figura 5.

Captura de pantalla de parte del contenido del apartado Proyección y del applet de GeoGebra.



Fuente: Elaboración propia.

En la figura 6 se muestran una captura de pantalla con parte del contenido Aplicación, en el mismo se presentan algunos ejemplos en el que se pueden aplicar las características de vectores en R^2 . En la figura 7 se muestra una captura de pantalla con parte de la introducción del apartado Actividades, el cual contiene diversos problemas y ejercicios, además del applet de GeoGebra (Hohenwarter, 2015) con el que se pueden obtener o verificar los resultados.

Figura 6.

Captura de pantalla de parte del contenido del apartado Aplicación.

Problemas y ejercicios de aplicación

I. Se sitúa un punto a 20 metros de un edificio. Si el ángulo de elevación al punto más alto del edificio es de $45^{\circ}23'$, encuentra la altura del edificio.

Solución:

Para hallar la altura del edificio se utiliza la función tangente, ya que tiene como datos un ángulo y el cateto adyacente a éste, la altura representa el cateto opuesto al ángulo dado:

$$\tan 45^{\circ}23' = \frac{h}{20}$$

Al despejar h:

$$h = (20)(\tan 46^{\circ}23') = (20)(1.04949) \approx 21 \text{ m}$$

De acuerdo con el dato anterior, la altura del edificio es de 21 m.

II. A medio día un mástil vertical de 15m (50 pies) de altura tiene una sombra de 5.4 m (18 pies) de longitud. ¿Cuál es el ángulo α del sol sobre el horizonte?

Solución:

Fuente: Elaboración propia.

Figura 7.

Captura de pantalla de parte del contenido del apartado Actividades y del applet de GeoGebra.

VECTORES

MAGNITUD, DIRECCIÓN Y PROYECCIÓN DE VECTORES EN R^2

INTRODUCCIÓN

En este apartado se abordará cómo identificar, conocer, interpretar, analizar y resolver actividades de vectores en R^2 . Los alumnos podrán identificar un punto en el plano y comprenderán la manera de encontrar tanto la magnitud del vector así como el ángulo que forman además se analizarán gráficamente con la ayuda de GeoGebra.

Objetivos

Promover el uso de los equipos de cómputo en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Promover el trabajo en red así como el rol del docente como orientador y facilitador del trabajo.

Para los alumnos:

- ◆ Familiarizarse con los términos de vectores
- ◆ Reconozcan un vector como un objeto matemático que tiene magnitud, dirección y sentido.

PROYECCIÓN DE VECTORES

Magnitud

Dirección

Proyección

$u = (1.14, 3.64)$

$v = (5.2, 3.62)$

Proyección = (2.47, 1.72)

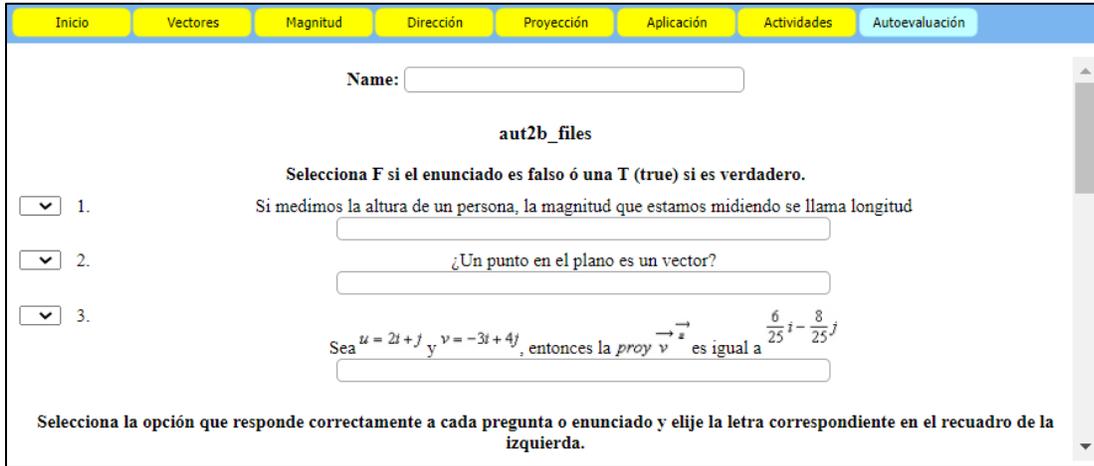
Input:

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, en el apartado Autoevaluación se presentaron una serie de preguntas, las cuales se utilizaron para que los alumnos, de forma autónoma, autoevaluarán lo aprendido sobre las características de vectores de la magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 . En la figura 8 se muestra parte del contenido de este apartado.

Figura 8.

Captura de pantalla de parte del contenido del apartado Autoevaluación.



Fuente: Elaboración propia.

Para la realización de este apartado se utilizó el programa ExamView Test Generator[®] (Broderick, 2013).

Encuesta de satisfacción

La encuesta de satisfacción se aplicó al grupo experimental (ver anexo 1) después de haber contestado el postest. Los valores de cada criterio se realizaron mediante la escala de Likert (tabla 1).

Tabla 1.

Valores y criterios para cada pregunta en la encuesta de satisfacción.

Valor	1	2	3	4	5
Criterio	Definitivamente si	Si	Regular	No	Definitivamente no

Fuente: Elaboración propia.

Esta contenía 14 cuestionamientos a evaluar, los cuales se enfocaban en conocer la satisfacción de los estudiantes respecto al uso del OPA diseñado en GeoGebra (tabla 2).

Tabla 2.

Preguntas a evaluar en la encuesta de satisfacción.

Número	Cuestionamiento
1	¿El OPA cubrió el tema de forma adecuada?
2	¿La teoría en el OPA fue suficiente para el tema?
3	¿La teoría en el OPA fue entendible?
4	¿Los ejemplos presentados fueron entendibles de manera?
5	¿Fueron suficientes los ejemplos presentados en el OPA?
6	¿Consideras que los ejemplos fueron útiles para aprender el tema?
7	¿El tiempo que se tiene que dedicar al OPA es suficiente?
8	¿Los ejercicios de auto evaluación fueron entendibles?
9	¿En relación con el número de horas dedicadas al OPA, el material es excesivo?
10	¿El trabajar con el OPA te dejó satisfecho?
11	¿Cómo calificas el diseño del OPA?
12	¿Recomendarías a tus compañeros el uso de éste OPA?
13	¿La auto evaluación te sirvió en el aprendizaje de los temas?
14	¿La calidad del material es buena?

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, se incluía una sección con tres preguntas abiertas para comentarios y sugerencias por parte de los estudiantes.

- Menciona que le hace falta al OPA
- En base a lo que compone el OPA ¿qué es lo que más te ayudó para aprender los temas vistos?
- Escribir algún comentario o sugerencia

Postest

La finalidad del postest fue la de evaluar los resultados de aprendizaje de los alumnos sobre las características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 . El mismo constaba de 10 ejercicios divididos en tres secciones. La primera fue de contestar verdadero o falso y contenía tres ejercicios, la segunda constaba de cuatro ejercicios de opción múltiple y la tercera

de tres problemas para encontrar la respuesta correcta. En la figura 9 se presenta el postest aplicado tanto al grupo experimental como al de control.

Figura 9.

Postest sobre características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 .

POSTEST			
Nombre: _____			
Apellido paterno	Apellido materno	Nombres	
Anota en la línea de la izquierda una F si el enunciado es falso o una V si es verdadero.			
___ 1. La magnitud es todo lo que se puede medir			
___ 2. Los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{CD} tienen el mismo módulo, siendo $A = (2, 1)$, $B = (4, 2)$, $C = (0, -4)$ y $D = (-1, -2)$			
___ 3. Los elementos de un vector, son la magnitud, dirección y sentido			
Selecciona la opción que responde correctamente a cada pregunta o enunciado y escribe la letra correspondiente en la línea de la izquierda.			
___ 4. La dirección del vector $(4, 8)$, es:			
A) π	B) $\tan^{-1}(8 - 4)$	C) $\left(\frac{8}{4}\right)\pi$	D) $\tan^{-1}\left(\frac{8}{4}\right)$
___ 5. Hallar el extremo del vector sabiendo que su origen es el punto			
A) $(-3, 0)$	B) $(2, 3)$	C) $(0, 3)$	D) $(-2, 1)$
___ 6. La $\text{proy}_{\vec{w}}\vec{u}$, es igual a:			
A) $\frac{u \cdot w}{ w }$	B) $\frac{w}{ w }$	C) $\frac{u \cdot w}{ w ^2} w$	D) $\frac{u \cdot w}{ u u } u$
___ 7. Teniendo el vector $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, dónde $\vec{a} = (-1, 2)$ y $\vec{b} = (5, -2)$. Obtén las coordenadas de \vec{u} .			
A) $(10, -7)$	B) $(7, 2)$	C) $(2, 13)$	D) $(-13, 10)$
Resuelve los siguientes problemas			
8. Calcula el valor de k sabiendo que la magnitud del vector $\vec{v} = (k, 3)$ es 5			
9. Sean $P = (2, 3)$, $Q = (5, 7)$, $R = (2, -3)$ y $S = (1, 2)$. Calcula la $\text{proy}_{\overrightarrow{PQ}}\overrightarrow{RS}$			
10. Un avión vuela hacia el norte a 90m/s, un fuerte viento sopla hacia el este a razón de 20 m/s y desvía su rumbo. Hallar la velocidad del avión para un observador en la tierra.			

Fuente: Elaboración propia.

Procedimiento

La fase experimental se llevó a cabo durante de 9 horas y 10 minutos, las cuales se repartieron en cinco sesiones, cada una con una duración de una hora con 50 minutos. En la tabla 3 se muestran las actividades realizadas en cada una de las sesiones.

Tabla 3.

Actividades realizadas en cada sesión.

Núm. sesión	Actividad
1	En la primera hora de esta sesión, se llevó a los alumnos del grupo de experimental al centro de cómputo en donde se les entregó un CD a cada uno, el cual contenía el OPA diseñado en GeoGebra y se dio una explicación del contenido del mismo, cómo utilizarlo y navegar en él. Se les dieron los temas que deberían estudiar de manera autogestiva. El resto del tiempo se les solicitó a los estudiantes que navegaran en el OPA para que se familiarizaran con su contenido.
2	Esta sesión se enfocó a que los alumnos de forma autogestiva, estudiarán los aparados de vectores, magnitud, dirección y proyección. Los últimos 20 minutos se destinaron a resolver algunas dudas que tuvieron los alumnos.
3	Esta sesión se destinó a que los alumnos, nuevamente de forma autogestiva, estudiarán el apartado de Aplicación de las características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 . También los últimos 20 minutos se destinaron a resolver las dudas de los estudiantes.
4	Durante la primer hora de esta sesión se orientó a que los alumnos siguieran estudiando autogestivamente el apartado de Actividades y el tiempo restante se les solicitó que entrarán y contestarán el contenido el apartado de Autoevaluación, para que de forma autónoma autoevaluarán lo aprendido.
5	La primera hora y media se destinó a contestar el postest. El tiempo restante se utilizó para que los alumnos contestarán la encuesta de satisfacción.

Fuente: Elaboración propia.

Resultados y discusiones

Análisis del aprovechamiento por parte de los alumnos

Para obtener los resultados sobre el aprovechamiento de los estudiantes de los grupos de control y experimental en las características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 , se analizaron los datos obtenidos de la evaluación del postest. En la tabla 4 se muestran los

resultados de las calificaciones obtenidas por parte tanto de los alumnos del grupo experimental como lo del grupo de control.

Tabla 4.

Calificaciones del postest de los alumnos del grupo experimental y de control.

Grupo experimental		Grupo de control	
Alumno	Calificación	Alumno	Calificación
1	50	1	75
2	55	2	75
3	55	3	70
4	65	4	40
5	65	5	65
6	45	6	55
7	65	7	75
8	45	8	45
9	40	9	65
10	65	10	30
11	70	11	60
12	45	12	55
		13	55
Promedio	55.42		58.85

Fuente: Elaboración propia.

Resultados estadísticos del postest

Los resultados mostrados del postest muestran que el grupo de control logró un mejor desempeño que el experimental, pero esto sucedió en la muestra tomada, para confirmar la equivalencia de dos varianzas se realizó la prueba F de Fisher Snedecor. El estadístico F es igual a la varianza de la primera muestra dividido entre la varianza de la segunda muestra, es decir:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

donde: S_1^2 es la varianza del grupo experimental y S_2^2 es la varianza del grupo de control. Además, se tiene que el estadístico utiliza una la distribución F con n_1-1 y n_2-1 grados de libertad.

Con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, la hipótesis nula establece la equivalencia de varianzas de dos poblaciones $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ contra la hipótesis alternativa $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

Para los resultados que obtuvieron los alumnos del grupo experimental y de control en el postest se hizo con el programa Stathgraphics® (Polhemus, 2014). La prueba F para varianzas de dos muestras se observa en la tabla 5.

Tabla 5.

Análisis de varianza de dos muestras.

Fuente de las variaciones	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Promedio de cuadrados	razón-F	valor-P
Entre grupos	44.1603	1	44.1603	0.286122	0.5979
Intra grupos	3549.84	23	154.341		
Total	3594.0	24			

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 5, también conocida como ANOVA, descompone la varianza de calificaciones en dos partes: una denominada entre grupos y otra intra grupos. La razón-F obtenida es igual a 0.286122, siendo el resultado de dividir el estimado entre-grupos entre el estimado intra grupos. Debido a que el valor-P de la razón-F es igual a 0.5979 siendo mayor o igual que 0.05, entonces se considera que no existe una diferencia significativa estadísticamente entre la media de las calificaciones obtenidas entre un nivel de grupo y otro, es decir que el aprovechamiento del grupo con o sin el uso del OPA no mostró una variación, con un nivel del 95.0% de confianza.

El software Statgraphics® (Polhemus, 2014) se utilizó para verificar la hipótesis de investigación, en particular la comparación de medias. Para este fin se utilizó la prueba *t-student* con un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$. En la comparación de las medias, se produjo un valor de $t = -0.686604979248934$, al que le corresponde el valor de probabilidad de $P = 0.24959806$.

Al compararlo con el valor α , se obtiene que $P > \alpha$, por tanto no es posible rechazar la hipótesis nula con respecto a la igualdad de las medias de ambos grupos.

Por lo antes expuesto, no se puede rechazar la hipótesis nula, debido a esto se considera que estadísticamente no existe diferencia significativa entre las medias de las muestras. En consecuencia, se acepta la hipótesis nula, es decir, con el empleo del OPA diseñado en GeoGebra (Hohenwarter, 2015) los resultados de aprendizaje de los alumnos del grupo experimental son menores o iguales en comparación con los resultados de aprendizaje de los alumnos del grupo control.

Análisis de las respuestas a las preguntas de la encuesta de opinión

En la tabla 6 se presentan los valores obtenidos en cada una de las respuestas correspondientes a las preguntas de la encuesta de satisfacción diseñada para los estudiantes del grupo experimental, esto de acuerdo a la escala establecida.

Tabla 6.

Valores a las respuestas correspondientes a cada pregunta.

Alumno	Pregunta													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	5	5	5	5	5	5	5	5	3	5	5	5	5	5
2	4	4	5	5	4	4	4	5	2	4	4	4	4	4
3	4	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4	4
4	5	5	4	4	4	4	4	4	2	4	3	4	4	4
5	4	4	5	5	5	5	4	5	2	5	5	5	5	5
6	4	4	4	4	3	4	3	4	5	4	4	4	4	4
7	4	4	5	5	4	5	4	4	2	4	4	4	4	4
8	4	4	4	4	4	4	4	4	2	4	3	4	4	4
9	5	5	5	5	5	5	4	5	3	4	5	5	5	5
10	4	4	4	4	4	4	4	4	2	4	3	4	4	4
11	4	4	4	4	3	3	3	3	5	4	4	4	4	4
12	4	4	5	5	4	4	4	4	2	3	3	3	3	4

Fuente: Elaboración propia.

Mientras que el porcentaje correspondientes a cada pregunta de la encuesta de satisfacción elaborada para el grupo experimental de acuerdo a la escala determinada se muestra en la tabla 7.

Acorde a las respuestas obtenidas por parte de los alumnos, se puede observar que el total de consideran que el material diseñado para el OPA fue suficiente y cubrió el tema de una forma adecuada, además de que la teoría contenida fue entendible al igual que los ejemplos presentados en el apartado correspondiente.

Con respecto al punto sobre la cantidad de los ejemplos presentados, la opinión está dividida, ya que, aunque en su mayoría los alumnos consideran que fueron suficientes, otros piensan que hicieron falta algunos más. Lo mismo ocurre con la utilidad de los mismos, pues la opinión esta seccionada entre muy útiles y útiles.

Tabla 7.

Porcentaje correspondiente a cada pregunta.

Pregunta	Criterio				
	Definitivamente si	Si	Regular	No	Definitivamente no
1	25.00	75.00	0.00	0.00	0.00
2	25.00	75.00	0.00	0.00	0.00
3	50.00	50.00	0.00	0.00	0.00
4	50.00	50.00	0.00	0.00	0.00
5	25.00	50.00	25.00	0.00	0.00
6	33.33	58.33	8.33	0.00	0.00
7	8.33	75.00	16.67	0.00	0.00
8	33.33	58.33	8.33	0.00	0.00
9	16.67	0.00	25.00	58.33	0.00
10	16.67	75.00	8.33	0.00	0.00
11	25.00	41.67	33.33	0.00	0.00
14	25.00	66.67	8.33	0.00	0.00

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto al tiempo que se tiene que dedicar al OPA, se puede percibir que, aunque la mayoría de los alumnos consideran que es suficiente, dos alumnos consideran que hace falta un poco más. Así mismo que, de acuerdo al tiempo establecido, el material contenido en el OPA no era excesivo.

En relación a la autoevaluación la totalidad de los alumnos considera que los ejercicios presentados en este apartado fueron entendibles y que le ayudaron a aprender el tema.

Además, los alumnos consideran que la calidad del contenido del OPA va de buena a excelente, pero que le hace falta mejorar un poco en el diseño del mismo, aunque el trabajar con él los dejó satisfechos y que lo recomendarían.

Finalmente, se presentan los principales comentarios de los alumnos referentes a cada una de las tres preguntas abiertas del cuestionario de satisfacción sobre su trabajo con el OPA.

- Menciona que le falta al OPA

Los comentarios de los estudiantes a esta pregunta fueron variados, hubo dos que se reservaron la opinión, mientras que otros estudiantes opinan que el material estuvo bien y entendible y que, si se pudiera incluir más temas, algunos otros opinan que el tamaño del Applet fuera más grande y algunos otros que sería bueno un manual de GeoGebra para futuro manejo de este.

- Con base a lo que compone el OPA ¿qué es lo que más te ayudó para aprender mejor los temas vistos?

Tres alumnos opinan que les ayudó mucho la autoevaluación otros cuatro opinan que las actividades didácticas, uno opina que el uso de GeoGebra y los temas por separado, otro opina que los enlaces ya que le parece una actividad más didáctica, otro comenta que la explicación con imágenes y finalmente comentan que los ejercicios en general y el tipo de explicación.

- Escribe comentarios y sugerencias

Para esta pregunta hubo tres alumnos que se reservaron su opinión, mientras que otros estudiantes solo mencionaron que les pareció bien, que les ayudó mucho, que es un muy buen material y otros que se pudiera mejorar un poco más el interfaz.

Respuesta a la pregunta de investigación

En seguida, se dará respuesta a la pregunta de investigación: ¿qué efectos produce la implementación de la propuesta del OPA de las características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 sobre los resultados de aprendizaje de los alumnos en la materia Álgebra Lineal I impartida en el CUCEI?, esto partiendo de los resultados del análisis estadístico que se realizó como consecuencia de la aplicación del OPA sobre el tema de las características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 .

Al tomar en cuenta los resultados estadísticos del postest, se comprobó que no existe efecto positivo en el aprendizaje del grupo experimental, a partir de la aplicación del OPA de las características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 con el apoyo de GeoGebra (Hohenwarter, 2015) lo que se confirma por el resultado obtenido por medio de una prueba de hipótesis en la que se compararon las medias del grupo experimental y el de control.

Se constató que no existe una diferencia significativa estadísticamente entre las medias de estos grupos al realizar el análisis correspondiente con Statgraphics® (Polhemus, 2014), en el cual se utilizó el estadístico de prueba t -student para la comparación de las medias, obteniendo un valor probabilístico $P = 0.24959806$ y un valor de $t = -0.686604979248934$ con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, por tanto no fueron mejores los resultados de aprendizaje del grupo experimental en el tema de características magnitud, dirección y proyección de vectores en R^2 en comparación al grupo control.

Conclusiones

Según las respuestas del examen que se aplicó a los estudiantes, tanto del grupo experimental, como el grupo de control, el empleo del OPA diseñado en GeoGebra y del análisis estadístico correspondiente, no existió diferencia estadísticamente significativa entre los resultados de aprendizaje de los estudiantes que trabajaron con el material de forma autogestiva y los que asistieron a clases de forma tradicional.

Y de acuerdo al señalamiento anterior cabe mencionar que muchos de los alumnos no tienen la costumbre de estudiar de forma autónoma, por lo que es muy fácil distraerse con el menor suceso. Además, para esta investigación no se les pidió que participaran de forma

voluntaria en la experimentación de la misma, por lo que se puede inferir que cuando no estudian autogestivamente por cuenta propia y voluntariamente, como en este el caso, los resultados de aprendizaje no serán los deseados.

Aun cuando el empleo del material del OPA no produjo mejores resultados de aprendizaje deseado en los estudiantes que lo utilizaron, se puede considerar que el material contenido en el OPA será útil cuando los estudiantes quieran aprender por cuenta propia, ya que la mayoría consideran que la calidad del mismo fue de buena a excelente y que el contenido del mismo es entendible, además de que lo recomendarían para futuros cursos.

Es importante tener en cuenta que para la elaboración del material que contiene un OPA, se deben conocer teorías de aprendizaje y estructurar los contenidos para que la teoría, los ejemplos, ejercicios, autoevaluación y postest, sin dejar de lado qué tipo de material es el más adecuado para que sea lo más claro y entendible, y así lograr el principal objetivo que es el aprendizaje de los estudiantes.

Referencias

- Broderick, M. (2013). *ExamView Test Generator* (versión 8.0) [software]. Turning Technologies. <https://www.turning.com>.
- Cabero, J. (2000). Usos de los medios audiovisuales, informáticos y las nuevas tecnologías en los centros andaluces. En M. Cebrián (Ed), *Nuevas tecnologías en la formación flexible y a distancia* (pp. 503-534). Dialnet.
- Cajal, A. (2020, 27 de noviembre). *Autogestión del aprendizaje: concepto, características, ejemplos*. Lifeder. <https://www.lifeder.com/autogestion-aprendizaje/>
- Crispín, M., Ezquivel, M., Loyola, M. y Fregoso, A. (2012). ¿Qué es el aprendizaje y cómo aprendemos? En M. Crispín (Ed.), *Aprendizaje autónomo: orientaciones para la docencia* (pp. 5-22). CLACSO.
- Fernández, S. y Lázaro, M. (2008). Coordinador/a TIC. Pieza clave para la integración de las nuevas tecnologías en las aulas. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, 7 (2), 177-187. <https://relatec.unex.es/article/view/433>
- Mora, F. (2012). Objetos de Aprendizaje: importancia de su uso en la educación virtual. *Revista Calidad en la Educación Superior*, 3(1), 104-118. https://www.researchgate.net/publication/277270560_Objeto_de_aprendizaje_importancia_de_su_uso_en_la_educacion_virtual

- Góngora, J. (s. f.). *La autogestión del aprendizaje en ambientes educativos centrados en el alumno*. Consultado el 27 de febrero de 2022. 1Library.
<https://1library.co/document/yrd1v58q-autogestion-aprendizaje-ambientes-educativos-centrados-alumno.html>
- Hohenwarter, M. (2015). GeoGebra (versión 5.0) [software]. Instituto GeoGebra Internacional.
<http://geogebra.org>
- Polhemus, N. (2014). Statgraphics Centurion (versión 17) [software]. Statgraphics Technologies, Inc. <https://www.statgraphics.com/>
- Smith, A. (2001) Understanding self-regulated learning and its implications for accounting educators and researchers. *Issues in Accounting Education*, 16, 663-700.
<https://doi.org/10.2308/iace.2001.16.4.663>

Anexo 1

ENCUESTA DE SATISFACCIÓN SOBRE EL OPA

Instrucciones: Esta encuesta de satisfacción es sobre tu experiencia durante la utilización del OPA. Marca con una X el valor que consideres el más adecuado en cada criterio de acuerdo a la escala indicada. Se HONESTO.

Escala

1	2	3	4	5
Definitivamente si	Si	Regular	No	Definitivamente no

Opiniones	1	2	3	4	5
1. ¿El OPA cubrió el tema de forma adecuada?					
2. ¿La teoría en el OPA fue suficiente para el tema?					
3. ¿La teoría en el OPA fue entendible?					
4. ¿Los ejemplos presentados fueron entendibles de manera?					
5. ¿Fueron suficientes los ejemplos presentados en el OPA?					
6. ¿Consideras que los ejemplos fueron útiles para aprender el tema?					
7. ¿El tiempo que se tiene que dedicar al OPA es suficiente?					
8. ¿Los ejercicios de auto evaluación fueron entendibles?					
9. ¿En relación con el número de horas dedicadas al OPA, el material es excesivo?					
10. ¿El trabajar con el OPA te dejó satisfecho?					
11. ¿Cómo calificas el diseño del OPA?					
12. ¿Recomendarías a tus compañeros el uso de éste OPA?					
13. ¿La auto evaluación te sirvió en el aprendizaje de los temas?					
14. ¿La calidad del material es buena?					

Menciona que le hace falta al OPA

En base a lo que compone el OPA ¿qué es lo que más te ayudo para aprender mejor los temas vistos?

Escribir algún comentario o sugerencia
