



Revista EDUCATECONCIENCIA.  
Volumen 4, No. 4.  
ISSN: 2007-6347  
Julio-Diciembre 2014  
Tepic, Nayarit. México  
Pp.147-157  
DOI:<https://doi.org/10.58299/edu.v4i4.315>

Recibido: 2 de agosto de 2014  
Publicación: 20 de diciembre de 2014

**El Cálculo Diferencial y los retos de la Riems**  
**The Differential Calculus and challenges of Riems**

**Autores:**

Oscar Ariel Parra Ortiz

Universidad Autónoma de Nayarit

## **El Cálculo Diferencial y los retos de la Riems**

### **The Differential Calculus and challenges of Riems**

Oscar Ariel Parra Ortiz

Área de Ciencias Básicas e Ingenierías

Universidad Autónoma de Nayarit, México

arielariel54@gmail.com

#### **Resumen**

El presente artículo pretende mostrar una alternativa para la enseñanza del Cálculo Diferencial en el bachillerato, haciendo un repaso histórico desde sus inicios, causas que originaron la necesidad de incorporarlo en sus planes de estudio, los métodos de enseñanza, inclusión en el medio superior, las influencias y características de los libros de texto adoptados y la situación actual, la necesidad de revisar este proceso y la presentación de alternativas que enriquezcan el proceso de aprendizaje de los alumnos, el nuevo rol del docente y la evaluación de los esquemas de planeación y objetos de estudio, el logro de las competencias disciplinares y genéricas

#### **Abstract**

the article aims to show an alternative to the teaching of calculus in high school, doing a historical overview from the beginning, causes of the need to incorporate into their curricula, teaching methods, including in the upper medium, influences and characteristics of adopted textbooks and the current situation, the need to review this process and presenting alternatives to enrich the learning process of students, the new role of teachers and evaluation of planning schemes and objects of study, the achievement of generic skills and disciplinary

Palabras Clave: Historia de la enseñanza del cálculo diferencial, Variación, RIEMS, Didáctica

#### **Objetivos**

Establecer un marco histórico socio cultural que permita reflexionar sobre el proceso de enseñanza del cálculo en el sistema educativo mexicano.

Poner en contexto con las necesidades actuales de revisar y modificar tanto los contenidos de planes y programas de estudio, la infraestructura de los planteles educativos, la evaluación de los aprendizajes de los alumnos, de los profesores y las nuevas exigencias de desempeño.

Una revisión de las características de los materiales empleados por los profesores a través fundamentalmente de los libros de texto empleados para tal fin.

Realizar una propuesta fundamentada en el uso de las tecnologías y estrategias didácticas que permitan al estudiante participar exitosamente en el proceso de aprendizaje y apropiarse de los conceptos fundamentales del cálculo diferencial

## **Introducción**

Hablar de los orígenes de la enseñanza del cálculo diferencial en nuestro territorio nacional se remonta hasta la Nueva España, a fines del siglo XVIII, como referencia el año de 1792 y es en el Seminario Real Minas, Institución formadora de “facultativos de minas”, Geólogos y Geógrafos y la Real Academia de San Carlos formadora de Arquitectos e Ingenieros (López, 1998). El cálculo aparece como parte del programa de física y los textos en que se apoyaron fueron las obras de Benito Bails (principios de matemáticas), Mariano Vallejo y Juan Justo García. La característica de los profesores era definida como un profesor que conjunte su preparación matemática con la práctica de la arquitectura y los primeros profesores de ambas instituciones eran militares de origen español con conocimiento sobre la disciplina. El método de exposición era claramente escolástico, memorización y autoridad de parte del autor y poco énfasis en el razonamiento y la resolución de problemas y ejercicios con una fuerte carga en el manejo de contenidos hacia los aspectos geométricos. La finalidad era formar personal calificado para trabajar en la industria extractiva en el Real Seminario de Minas por lo que los alumnos eran hijos de mineros o parientes cercanos, la Real Academia de San Carlos formadora arquitectos e ingenieros cuyas obras y edificios tanto públicos como privados permanecen como muestra del éxito alcanzado por esta institución.

La Ley General de Educación de 1867 asume la necesidad de incorporar el estudio de las matemáticas en el incipiente sistema educativo mexicano al incluirla en la Escuela Nacional Preparatoria y los resultados de esta formación matemática con tendencia enciclopedista quedaron expresados en la formación de maestros de matemáticas para distribuirse en establecimientos ubicados en provincia, el colegio militar y la escuela de agricultura. Con estas acciones se pretendía formar un ciudadano educado con capacidad para provocar la movilidad social y contribuir al desarrollo nacional dentro de un modelo de industrialización, a mayor grado de estudio, mayor progreso (Pérez, 2002)

Podemos afirmar que desde sus inicios la enseñanza de las matemáticas y en particular del cálculo diferencial fue influida por los métodos de enseñanza vigentes en España mismos que se incorporaron a nuestro país donde participaron en la formación de los nuevos profesores que siguieron el modelo escolástico. El libro de Benito Bails fue el referente durante más de 60 años y podemos hacer una comparación con el libro de Granville cuya primera impresión en inglés data de 1911 y un alto porcentaje de docentes se formó con este libro, ya sea como libro de texto o como libro de apoyo.

Un reto importante y de gran relevancia fue la atención del número de estudiantes ya que este se incrementó de 10,000 en 1940 a 1'000,000 en 1980 con una cobertura de 58.8%. En el presente ciclo escolar son aproximadamente 4'250,000 estudiantes con una cobertura de 67%.

El crecimiento de la demanda nos habla por sí sólo de la necesidad de contar con el número de profesores para atender esta cantidad de alumnos.

La selección de los profesores fue en base al nivel de estudios y el tipo de profesión siendo preferentemente mayor el número de ellos que provienen de carreras de ingeniería, arquitectura, administración y de formación normalista y la forma de selección a través de un proceso de invitación, esta manera de actuar no exigía requerimientos de formación didáctico-pedagógica, ese proceso se daría a lo largo de su desempeño. La forma de proceder del docente frecuentemente era por imitación a un modelo adoptado y adaptado de acuerdo con su personalidad.

## La Enseñanza del Cálculo

(M. Artigue, 1995) Hizo pública a la comunidad una realidad que para 1995 era difícil de justificar. La problemática de enseñanza del Cálculo era evidente: existe gran dificultad en lograr que los estudiantes muestren una comprensión satisfactoria de sus conceptos y métodos y la enseñanza tradicional se protege en el aprendizaje de prácticas algorítmicas y algebraicas que son a la vez el centro de la evaluación. Para 2001, la situación no parecía haber cambiado: “la mayoría de los estudiantes piensan que la manera más segura para tratar satisfactoriamente con este dominio es no tratar de comprender, sino sólo funcionar mecánicamente” (Artigue, 2003).

En México, Cantoral, Cordero, Farfán e Imaz (R. cantoral, 1990) advierten que cuál es la premisa más importante de la que debe partirse en el estudio sobre el fenómeno de la enseñanza del Cálculo: *la estructura general del discurso matemático teórico constituye la base menos propicia para comunicar las ideas del Cálculo*. Señalan que no debe olvidarse que su enseñanza es para futuros usuarios del mismo y no para expertos en su discurso teórico, pero aclaran que no están a favor de técnicas como aligerar conocimientos o emplear rutinas. En un trabajo posterior Cantoral y Mirón señalan una dislexia escolar en Cálculo, su enseñanza logra que los estudiantes deriven, integren y calculen límites elementales, pero no son capaces de dar un sentido más amplio a esas nociones que les haga reconocer, por ejemplo, cuando un problema requiere de calcular una derivada (cantoral y Mirón, 2000).

(Zhang, 2003) Reporta sobre un curso tradicional de Cálculo: en sesiones de 150 a 350 estudiantes, los profesores imparten exposiciones formales para transmitir el conocimiento y los estudiantes observan, escuchan, toman notas y reciben información pasivamente. En dos semestres se cubren contenidos tradicionales: funciones, sucesiones, límites, continuidad, derivadas y diferenciales, integrales, ecuaciones diferenciales y series. El profesor funge como líder en la transmisión de esta información y el estudiante es un receptor pasivo de la información que posee el profesor.

Zhang expresa que muy pocos estudiantes logran aprender estas ideas la primera vez que las encuentran y perciben al Cálculo como abstracto, aburrido y difícil de aprender.

Afirma que la investigación muestra que *las estrategias de enseñanza centradas en el profesor* tienen desventajas pues no permiten un ambiente de aprendizaje activo. El interés del estudiante disminuye y, en la mayoría de los casos se apropia de un aprendizaje superficial, enfocado en la memoria y la reproducción. Zhang no cuestiona los contenidos tradicionales de un curso de cálculo, lo cuestionable en su investigación es la manera de acercar estos contenidos al estudiante pues “los objetivos principales del curso son dar a los estudiantes los conceptos y teoría del Cálculo, hacerlos entender las ideas matemáticas y desarrollar sus habilidades para pensar lógica, profunda y creativamente” (2003,p. 100)

Como resultado de estas prácticas podemos resumir los resultados en lo concerniente al aprendizaje: elevados índices de reprobación, aprendizajes sin comprensión y una actitud negativa hacia el aprendizaje de la matemática.

Cuando el proceso de enseñanza consiste en que el alumno sólo repite imágenes del pizarrón, tiende a la construcción de hábitos en el estudiante y no hacia la interiorización del concepto (Aebli, 1998), una consecuencia de este tipo de didáctica se tiene en los cursos de Cálculo en los ámbitos universitarios, la experiencia muestra que con frecuencia cuando se adquiere un concepto previo, el estudiante se embrolla, repite la fórmula asociada al concepto y en la mayoría de los casos propone algo absurdo, palabras que carecen de significado, es común entonces que el concepto sea sustituido por el cálculo algebraico y/o numérico. En un test aplicado a alumnos de segundo semestre de la carrera de Ingeniería Mecánica, una vez cursado la materia de Cálculo Diferencial al preguntarles el que es la derivada y para qué sirve dieron respuestas como las siguientes:

- Para minimizar una función, para simplificarla
- Para calcular el límite de una función
- Para saber el valor de la pendiente de una recta tangente
- Para hacer una función más pequeña
- Para cuando la velocidad de un objeto varia
- Para conocer la velocidad instantánea en un punto
- Es una medida de su rapidez con que cambia una función haciéndola más pequeña
- Para obtener algebraicamente volúmenes de un objeto
- Permite ver un cambio en una curva

- Para localizar un punto en medio de una curva

## ENSEÑANZA DEL CÁLCULO EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR

El 24 de octubre de 2008 la Secretaría de Educación Pública emitió el acuerdo 447 de la RIEMS que establece las competencias docentes para quienes impartan educación media superior en la modalidad escolarizada, que establece entre sus puntos centrales que como estrategia para que los alumnos en el eje 3 de igualdad de oportunidades, objetivo 13 “fortalecer el acceso y la permanencia en el sistema de enseñanza media superior, brindando una educación de calidad orientada al desarrollo de competencias, en la estrategia 13.1 señala que “se asegurará que los profesores tengan las competencias didácticas, pedagógicas y de contenido de sus asignaturas que requieren de un desempeño pedagógico adecuado” y en congruencia con esto señala “definir un perfil deseable del docente” así como instaurar mecanismos y lineamientos sistemáticos con base en criterios claros para la certificación de competencias docentes que contribuyan a conformar una planta académica de calidad”. Entre las características deseables del docente lo define como alguien que apoya en la formación integral del joven, más allá de la transmisión de conocimientos y desprenderse de las prácticas tradicionales de enseñanza en el salón de clases, para adoptar un enfoque centrado en el aprendizaje en diversos ambientes.

Por otro lado las competencias disciplinares básicas de matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. La adquisición de estas competencias le permitirá argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos. Estas competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente y no sólo responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos. Esto implica que los conocimientos puedan ser aplicados más allá del salón de clases. Al parejo de las competencias disciplinares van las competencias genéricas que pretenden que el alumno se conozca y valores a sí mismo, aborde problemas y retos tomando en cuenta los objetivos a seguir, escucha e interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas adecuados a la vez que desarrolla innovaciones y propone soluciones a

problemas a partir de métodos establecidos, tiene una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, aprende por iniciativa e interés propio y participa en equipos diversos así como con conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.

El poner las cosas en este contexto significa un reto muy complejo pues requiere una revisión total del rol del docente y las significaciones que tiene el sobre el compromiso de su desempeño, seguramente que no es un asunto que parta exclusivamente de un acto de voluntad, requiere un proceso de diagnóstico certero, un programa de capacitación eficaz, que permita al docente involucrarse en el cambio de paradigma y seguir con sus actividades cotidianas, preparar a directivos que se comprometan con el proceso, que los organismos evaluadores tengan claras sus ideas y propuestas. La experiencia de los docentes desde que se implementaron las primeras acciones de la reforma las podemos sintetizar algunas de ellas:

- Problemas para la elaboración de secuencias didácticas
- Los cursos sobre elaboración de secuencias matemáticas eran impartidos la mayoría de los casos para maestros de matemáticas, por docentes que no tenían experiencia en la enseñanza de esta materia lo cual no permitía un ambiente de empatía
- Confusiones respecto al establecimiento de los temas integradores,
- Cursos insatisfactorios para los docentes, aburridos y centrados en el uso correcto de los formatos (instrumentos de planeación)
- En más de un caso se fue al extremo, de ser el maestro el centro de atención al maestro que deposita en los alumnos la responsabilidad del curso
- La reforma inició con una propuesta novedosa para la mayoría del personal docente y sin tener como respaldo el material bibliográfico suficiente, que ilustrara con claridad que es lo que se pretende y como se pretende llevar a cabo, se dijo el que, el quien, el donde, faltó el como
- En un curso a 24 profesores de CBTA's en el estado de Nayarit, al cuestionarles sobre la bibliografía básica para los cursos de Cálculo Diferencial 20 de ellos tuvieron problemas para mencionar más de un autor, y entre ellos los textos



mencionados fueron: Granville, Leithold, Fuenlabrada. El libro de referencia la mayoría de las veces era el que el profesor llevó en su formación profesional, no hay distinción en si el libro fue diseñado para el nivel superior o medio superior ni en los propósitos del curso. Al aplicar el test a 33 maestros de escuelas particulares, el resultado no fue muy diferente, si acaso, cabe señalar el caso de algunos profesores que trabajan en instituciones públicas de nivel superior que tienen acceso a una bibliografía más diversa.

- Hasta épocas muy recientes no existían las suficientes propuestas para el nivel medio superior en específico. Por otro lado la estructura de la mayoría de las publicaciones de reciente aparición no son muy diferentes a los que circulan en las Universidades y Tecnológicos, la mayoría de ellos provienen de autores norteamericanos. En los mismos Estados Unidos en 1986 inicio una reforma de la enseñanza del Cálculo como consecuencia de la insatisfacción de los científicos ante la inhabilidad de los estudiantes para usar el Cálculo inteligentemente en situaciones reales y por administradores molestos ante el alto fracaso y las tasas de deserción de los cursos de Cálculo (Steen, 2003)
- Por otro lado en algunos subsistemas como el Tecnológico el relevo generacional de los profesores es una realidad, esto por un lado ha desplazado a un buen porcentaje de buenos docentes con buena preparación y experiencia que al jubilarse dan paso a jóvenes que son los que enfrentarán el reto de reformar el proceso educativo, tiempo de retos y oportunidades, es de esperarse que la nueva generación de docentes ofrezca menos resistencia y se adapte con mayor facilidad a las nuevas circunstancias planteadas por la RIEMS

Podemos resumir la problemática en la enseñanza del cálculo diferencial en los siguientes aspectos:

- Improvisación de profesores insuficientemente preparados en los aspectos básicos de la docencia, como son las teorías de enseñanza aprendizaje y las
- Ausencia de programas de capacitación docente adecuados, sobre esta disciplina y con el manejo didáctico adecuado

- Utilización de textos basados en el contenido disciplinar y sin poner especial atención al diseño didáctico.
- El manejo de los contenidos centrado en el algoritmo
- Una planeación docente sin la debida reflexión de las competencias a alcanzar, si el alumno es de bachillerato o de primer año de ingeniería y la diferencia, si la hay, de las competencias a alcanzar
- Carencia de una bibliografía amplia y suficiente de parte del docente
- El desarrollo del curso centrado en la exposición, presentación formal del tema de parte del profesor, ejemplificar el tema con ejercicios acordes, resolución de ejercicios de parte del estudiante en un ambiente mecanicista y memorístico
- Los ejercicios realizados no corresponden en su mayoría al entorno del bachiller, entendido este como la relación matemática con las ciencias sociales y las ciencias naturales por señalar algunas vinculaciones
- La mayoría de los profesores no utiliza la tecnología como recurso para el diseño de objetos de aprendizaje
- Las gráficas se siguen realizando utilizando una función, hacer una tabulación, colocar punto por punto de tal manera que cada problema resuelto es un problema que inicia y termina en sí mismo, sin hacer las debidas conexiones
- El enfoque del curso se centra en los procesos algebraicos y común que el Cálculo sea entendido como un curso de algebra más, con conexiones geométricas, sin una adecuada vinculación con la física en temas como el movimiento, velocidad instantánea, rapidez, aceleración, tasas de cambio relacionadas etc.
- Los procesos y el lenguaje variacional son ajenos al manejo didáctico del curso

Estas son algunas de las problemáticas que se enfrenta el proceso de enseñanza aprendizaje del Cálculo en el nivel medio superior y se refleja en un bajo aprovechamiento en el conocimiento y aplicación, reprobación y su aporte a la deserción, apatía y desinterés entre otros rasgos no deseados.

En base a lo anterior, aprender matemáticas no se reduce a copiar lo que ocurre en el exterior, ya sea pizarrón, notas, libros, sino más bien a un proceso de construcciones

sucesivas cuyo objetivo es garantizar una respuesta exitosa ante una situación determinada (R. Cantoral, 2003). Es por tanto importante el cómo conciben los estudiantes aspectos numéricos y geométricos fundamentales, el papel del profesor deberá ser en consecuencia más activo y centrarse en el diseño y la coordinación de las situaciones de aprendizaje. La función del profesor, enseñar, se refiere a la creación de las condiciones que propician la apropiación del conocimiento por parte del estudiante y la función del estudiante, aprender, involucrarse en una actividad intelectual cuya consecuencia final es la disponibilidad de un conocimiento con su doble estatus de herramienta y objeto, entendida la primera como la disponibilidad funcional de los conocimientos elementales y los teoremas matemáticos para enfrentar problemas e interpretar nuevas situaciones, en tanto que objeto es identificar los conocimientos elementales y a los teoremas como parte de un cuerpo de conocimientos, de ahí se formulan definiciones, se establecen relaciones entre nociones mediante teoremas y se prueban las conjeturas adquiriendo el status de objeto. Sobre esto y la propuesta didáctica para un curso de Cálculo diferencial en el bachillerato rescato la reflexión siguiente (Cálculo Diferencial un enfoque desde la variación, 2012, pág. 9)

*En nuestro tiempo no se ha agotado la discusión ni mucho menos las propuestas entorno a los asuntos de la “Didáctica de las Matemáticas”. Tanto en Europa como en América son vigentes los requerimientos del conocimiento sobre cómo se aprende en general y cómo aprenden matemáticas los seres humanos desde su primera infancia hasta su adultez, para a partir de esa información determinar cómo enseñar la matemática en todos y cada uno de los niveles escolares. El saber matemático cada vez es más pertinente para el conocimiento del mundo en el cual vivimos.*

*Inmersos en las búsquedas de la época se encuentran todos los enfoques o corrientes epistemológicas de las matemáticas y la riqueza de puntos de vista ha llevado a replantear aspectos de las formas de aprender que se creían ya superados. Dentro de ellos se encuentra el replanteamiento del “juguete” y del “juego” como estrategia educativa para la enseñanza de las matemáticas. Por juego se entiende a toda aquella actividad y comunicación que provoque un estado psicológico de bienestar, de satisfacción, de disfrute. Y se denomina juguete a todo aquel objeto que con o tras la actividad del individuo éste sienta bienestar, sienta satisfacción, sienta disfrute. Bajo este enfoque*

*cualquier objeto puede convertirse en juguete o en caso contrario, en objeto de tortura. El juguete y el juego se convierten en categorías relativas y no absolutas. Y esta situación abre a los objetos matemáticos la posibilidad de convertirse en juguetes y, a la actividad y comunicación matemáticos en juego. Las implicaciones ontológicas y epistemológicas de este modo de concebir a las matemáticas y sus objetos conducen necesariamente al replanteamiento de la actividad docente.*

## Conclusiones

Es inevitable que el rol del docente, ya sea por convicción, necesidad social, presión de parte de los responsables de las instituciones tanto de la educación pública como de los institutos evaluadores, por tanto es importante tener presente lo que se ha hecho en la enseñanza del Cálculo a través de la historia, lo que ha funcionado y lo que no ha sido satisfactorio. El cambio de actitud y aptitud de parte de los docentes no será un proceso fácil de lograr y por tanto requiere de una gran cantidad de propuestas sustentadas en los trabajos de investigación más serios que se están llevando a cabo día a día. El profesor deberá asumir su nuevo rol de investigador de los procesos en los que está involucrado, revisar los artículos y libros más recientes e innovadores.

## Referencias

- Aebli, H. (1998). *doce formas de enseñar*. España: Narcea.
- Artigue, M. (2003). *wath can we learn from educational research at the university level?* in D. Holton (ed.), *the teaching and learning of mathematics at university level: and ICMI study (pp.207-220)*. Holland: Kluwer Academic.
- Dolores, C. (2000). una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada. *ICME - 8*, 155-181.
- Garcia, V. A. (1998). Inicio de la enseñanza del cálculo diferencial en México. *Relime*, 29-50.
- Jimenez, O. p. (2012). *Cálculo Diferencial un enfoque desde la variación*. Tépíc: Umbral.
- M. Artigue, R. L. (1995). *la enseñanza de los principios del cálculo; problemas epistemologicos, cognitivos y didácticos (pp.97-140)*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Pérez, A. D. (2002). *Educación Media Superior en el Estado de México. analisis curricular, 2° edición*. Toluca: ISCEEM.
- R. cantoral, F. C. (1990). Cálculo-Análisis. Una revisión de la Investigación Educativa reciente en México. *Memorias del Segundo Simposium Internacional sobre Investigación en Educación Matemática*, 55-69.

R. Cantoral, R. F. (2003). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas.

Steen, L. (2003). Analisis 2000: challenges and opportunities. . *one hundred years of l'enseignement mathématique : moments of mathematics education in the century monograph No 39*, 191-210.

Zhang, B. (2003). Using Student-Centered teaching strategies in calculus. *the china papers: tertiary science and mathematics teaching for the 21 century 2*, 100-103.