



Revista EDUCATECONCIENCIA.

Volumen 7, No. 8.

ISSN: 2007-6347

Julio - Septiembre 2015

Tepic, Nayarit. México

Pp. 37 – 52

DOI:<https://doi.org/10.58299/edu.v7i8.312>

299/edu.v7i8.312

Recibido: 12 de agosto de 2015

Publicación: 30 de septiembre de 2015

Secuencias Didácticas para el Aprendizaje de Límite y Continuidad de Una Variable Real

Teaching Learning Sequences Limit and continuity of a Real Variable

Autores:

María Inés Ortega Arcega

majua9@hotmail.com

Rafael Pantoja Rangel

rpantoja@prodigy.net.mx

José Trinidad Ulloa Ibarra

jtulloa@hotmail.com

David Zamora Caloca

davidzamoracaloca@yahoo.com

Universidad Autónoma de Nayarit, México

Universidad de Guadalajara

Secuencias Didácticas para el Aprendizaje de Límite y Continuidad de Una Variable Real

Teaching Learning Sequences Limit and continuity of a Real Variable

María Inés Ortega Arcega

majua9@hotmail.com

Rafael Pantoja Rangel

rpantoja@prodigy.net.mx

José Trinidad Ulloa Ibarra

jtulloa@hotmail.com

David Zamora Caloca

davidzamoracaloca@yahoo.com

Universidad Autónoma de Nayarit, México

Universidad de Guadalajara

Resumen

En el Área de Ciencias Básicas e Ingenierías (ACBI) de la Universidad Autónoma de Nayarit (UAN) se planteo elaborar un libro de texto integrado de secuencias didácticas para el aprendizaje de límites y continuidad, apoyados con actividades didácticas, la resolución de problemas, el trabajo en grupo colaborativo, en videos explicativos y los software WinPlot y GeoGebra. En la elaboración de las secuencias didácticas se integraron problemas de corte epistemológico y didáctico relacionados con los contenidos de límites y continuidad, en el que se incluyeron problemas de la vida cotidiana. Como actividad final se pretende valorar el efecto sobre el aprendizaje de los alumnos sobre los conceptos de límite y continuidad, con la propuesta de enseñanza basada en el libro de secuencias didácticas.

Palabras claves: Secuencias didácticas, Límites y Continuidad, Grupo colaborativo.

Abstract

In the area of Basic Sciences and Engineering (ACBI) of the Autonomous University of Nayarit (UAN) was raised to develop a textbook integrated teaching programs for learning limits and continuity , supported by educational activities, problem solving , the collaborative group work , in explanatory videos and WinPlot and GeoGebra software. In developing teaching programs and educational epistemological problems related to the contents section of limits and continuity, in which problems of everyday life were integrated included . As a final activity is to assess the effect on student learning about the concepts of limit and continuity with the teaching proposal based on the book of sequences.

Keywords: Teaching sequences , Limits and Continuity , Collaborative Group

Introducción

En México, alrededor de los años ochentas se inició la modernización educativa y descentralización con la que se ha pretendido lograr la excelencia académica, la calidad educativa y la eficiencia y modernización de la educación. Con esto se procuró direccionar a las Instituciones de Educación Superior (IES) para cambiar sus proyectos educativos y procesos formativos. La reforma universitaria en la UAN inicia en los años 1998, 1999 y 2000 con la formulación del Plan de Desarrollo Institucional, que se integra fundamentalmente de tres apartados: la reforma académica, la reforma administrativa y la reforma normativa. Se propuso que el currículo integre como elementos fundamentales, la flexibilidad e innovación con soporte en las competencias profesionales, que se concrete en el aula a través de un proceso educativo centrado en el aprendizaje y apoyado en las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) (Modelo Académico y Curricular, 2002).

Si bien es cierto, en teoría, que la reforma académica de la UAN, debería ser ya una realidad, al menos en el esquema actual del ACBI de la UAN, prevalece el modelo tradicional de enseñanza, centrado en la clase conferencia, en el que la interacción estudiante-profesor, estudiante-estudiante está basada en la repetición y desarrollo de

algoritmos, en lugar de propiciar una enseñanza centrada en estrategias como la resolución de problemas y el aprendizaje colaborativo, como se ha propuesto en las secuencias didácticas de límites y continuidad, objetivo central de la investigación educativa que aquí se propone, así como de la reforma académica de la UAN.

Antecedentes

En Pantoja, Betancourt, Ortega y Hernández (2014) se reporta el Diseño Instruccional (DI) elaborado para el aprendizaje de límites y continuidad de una variable real, sustentado en las nuevas tecnologías, resolución de problemas y aprendizaje colaborativo, investigación aplicada en cuatro instituciones de educación superior: Instituto Tecnológico de Cd Guzmán (ITCG), Universidad Juárez del Estado de Durango (UJED), Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP) y en Universidad Autónoma de Nayarit (UAN).

El DI se integra de un cuaderno de trabajo apoyado en el software WinPlot, videos digitales, dos exámenes (diagnóstico y postest) y una encuesta de opinión. Cada institución adaptó el DI a las características de sus estudiantes, ya que son distintas las carreras que ofertadas por las instituciones. En el ITCG, se probaron los videos digitales explicativos y en el desarrollo de las actividades; en la UJED se implementó una conferencia sobre el concepto del infinito, con la finalidad de ubicar a los estudiantes de la carrera de matemáticas en este concepto difícil de entender; en la UASLP se aplicó de manera electrónica el cuestionario de Felder-Silverman con la finalidad de detectar las diferentes forma de aprendizaje de los estudiante, en su mayoría de ingeniería. En la UAN se implantó una entrevista clínica sobre el desarrollo instruccional, con la finalidad de conocer la opinión de los alumnos sobre esta forma de enseñar, sobre tres temas específicos: el examen postest, el trabajo colaborativo y las TIC (Videos digitales explicativos y WinPlot).

Con base en las observaciones de la Reforma Universitaria en la UAN que se sugiere la elaboración de materiales con las TIC (multimedia, video digital, software y sitios en Internet) que apoyen de manera sistemática el aprendizaje de los alumnos (Modelo

Académico y Curricular, 2011) y como resultado de las recomendaciones que hacen las diferentes instituciones de nivel superior que llevaron a la práctica el diseño instruccional de límites y continuidad de una variable real, se realiza un proyecto el proyecto cuyo objetivo central fue la elaboración del libro: "Secuencias didácticas para el aprendizaje de límites y continuidad de una variable real".

Para cada bloque temático se han generado igual número de secuencias didácticas, que se entiende como el proceso educativo que innova el profesor para generar las actividades de enseñanza, así como también organiza las acciones que desarrollará el alumno para aprender, ya sea en el aula o fuera de ella y que incide en forma directa, orientando a fomentar, mediante la resolución de problemas y el trabajo colaborativo, las competencias previas y por adquirir (Tobón, Pimienta y García, 2010).

Trabajo colaborativo

Los puntos que se tomaron para el trabajo colaborativo son:

- **Cooperación.** Los estudiantes se apoyan mutuamente para cumplir con un doble objetivo: lograr ser expertos en el conocimiento de límites y continuidad, además de desarrollar habilidades de trabajo en equipo. Los estudiantes comparten metas, recursos, logros y entendimiento del rol de cada uno;
- **Responsabilidad.** Los estudiantes son responsables de manera individual de la parte de la tarea que les corresponde. Al mismo tiempo, todos en el equipo deben comprender todas las tareas que les corresponde a sus compañeros (responsabilidad de su propio aprendizaje y codependencia positiva entre los miembros del grupo);
- **Comunicación.** Los miembros del equipo intercambian información y materiales se ayudan mutuamente, ofrecen retroalimentación y analizan las conclusiones de cada uno para lograr pensamientos y resultados de mayor calidad (liderazgo);
- **Autoevaluación,** Los equipos deben evaluar cuales acciones han sido útiles y cuáles no. Los miembros de los equipos establecen las metas, evalúan periódicamente sus

actividades e identifican los cambios que deben realizarse para mejora su trabajo en el futuro.

Secuencias didácticas

El eje central de la propuesta son las secuencias didácticas, que se definen como conjunto articulado de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas apoyadas en una serie de recursos (Tobón, et al, 2010, p. 20). Las secuencias didácticas tienen seis componentes (Ver Figura 1), el primero es la situación problema del contexto, con la finalidad de que los alumnos formulen hipótesis y busquen explicar la situación o resolver el problema. El segundo son las competencias a formar, mientras que el tercero son las actividades de aprendizaje, lo referente a la evaluación se considera en el cuarto, el quinto trata de los recursos y por último, en el sexto, el proceso metacognitivo.



Figura 1. Principales componentes de una secuencia didáctica, Tobón, Pimienta y García (2010).

Las secuencias didácticas que se construyeron son:

- Procesos infinitos y concepto límite
- Acercamiento numérico y gráfico
- Definición de límite y propiedades

- Técnicas para calcular límites
- Límites Especiales
- Asíntotas verticales
- Asíntotas horizontales
- Asíntotas oblicuas
- Definición de continuidad
- Discontinuidad removible y de salto finito e infinito.

La secuencia Procesos infinitos y concepto de límite se presenta en función de las seis secciones propuestas:

1. La situación problema del contexto:

Aproximación del área del círculo por:

- a. Por medio de la medición del radio y aplicación de la fórmula.
 - i. Dibujar círculos en WinPlot con la hoja cuadriculada.
 - ii. Se les entregan círculos dibujados en papel milimétrico.
- b. Por medio de polígonos inscritos y circunscritos en WinPlot para aproximar la circunferencia y el área del círculo. Iniciar con un cuadrado, luego un octágono, un hexadecágono, hasta un polígono de 2^n lados.

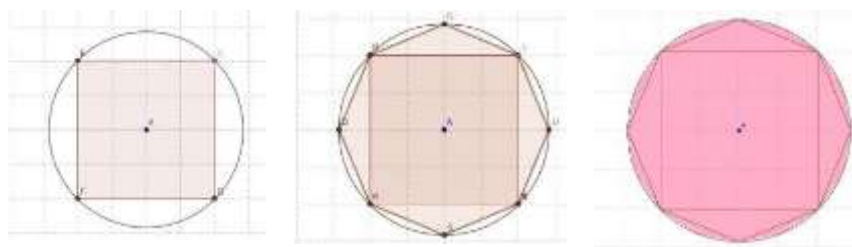


Figura 2. Aproximación del área del círculo por polígonos inscritos.

2. Las competencias genéricas y las específicas que corresponden al tema de límites.

2.1 Competencias de énfasis (saber hacer)

- Analiza con su GC la palabra límite para identificar diferencias en el significado que tiene en la vida cotidiana y en las matemáticas.

- Calcula áreas de figuras geométricas para fortalecer los conocimientos previos.
- Compara las áreas de figuras geométricas con el área del círculo para aproximar su área con una cantidad de cifras predeterminadas.
- Relaciona el problema del círculo con los procesos infinitos para dar idea de lo que significa límite y su concepto.
- Interpreta los procesos infinitos para construir la noción intuitiva de límite.

2.2 Criterios

- Diferenciar procesos infinitos y finitos.
- Precisar procesos infinitos y finitos.
- Presentar un ejemplo de proceso infinito.
- Incentivar el procesamiento lógico, algorítmico, heurístico, analítico y sintético para propiciar un aprendizaje significativo.
- Procesar e interpretar datos para emitir un juicio sobre la solución de un problema.

2.3 Evidencias

- Examen de diagnóstico.
- Conferencia "Procesos infinitos y concepto de límite".
- Cuestionario.
- Actividad 1.
- Reporte de consulta de videos.

2.4 Competencias genéricas

Saber conocer:

- Fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de polígonos para su aplicación en el cálculo de áreas de regiones en el plano cartesiano.
- Nomenclatura de las partes importantes de los polígonos para aplicarlas a problemas de cálculo de perímetros y áreas.
- Aplicar las operaciones con los números reales para el cálculo de perímetros y áreas de polígonos.

- Utilizar WinPlot para promover el uso de gráficas funciones.
- Calcular tablas numéricas de valores de una función para su aplicación en problemas de límites.

Saber ser:

- Trabaja en equipo colaborativo para lograr aprendizaje.
- Respeta la opinión de sus compañeros para promover la confianza en el grupo colaborativo.
- Expresa sus ideas y puntos de vista con claridad para propiciar un debate científico en torno al tema en cuestión.
- Defiende su punto de vista con respeto para no provocar malestar en sus compañeros de GC.
- Expone los resultados obtenidos en la solución de un problema ante el grupo, para discutir colaborativamente y elaborar la mejor propuesta.

2.5 Criterios

- Examen de diagnóstico	30
- Cuestionario	30
- Colaboración en el equipo	5
- Evaluación de los demás miembros del equipo ..	5
- Reporte de consulta de videos	20
- Reporte	10

3. Actividades

3.1 Actividades con el Docente

- 3.2 Organizar los grupos de acuerdo al resultado del examen diagnóstico.
- 3.3 Resolver la Actividad 1 para discutirlo en equipo.

3.2. Actividades de Aprendizaje autónomo: Reporte y entrega de cuaderno de trabajo.

Nivel Inicial-receptivo

- Leer la actividad.
- Ver los videos.
- Calcular áreas de polígonos.
- Sabe usar el WinPlot.
- Ver el video de introducción al concepto de límite.

Nivel Básico

- Calcular el área del círculo por aproximación con polígonos inscritos.
- Valora sumas infinitas y finitas con y sin calculadora.
- Elabora tablas numéricas en WinPlot para calcular series numéricas.

Nivel Autónomo

- Calcula sumas finitas e infinitas con autonomía.
- Discute con sus compañeros el proceso infinito de aproximar el área del círculo por polígonos, haciendo hincapié que en el proceso de aproximación el número de lados del polígono infinitamente grande $\left(\lim_{n \rightarrow \infty}\right)$ y que la diferencia entre el área del círculo es infinitamente pequeño $\left|A_{\text{cuadrado}} - A_{\text{poligono}}\right| < \varepsilon$.
- Muestra a sus compañeros de Grupo Colaborativo cómo se aproxima una suma infinita a un valor con decimales.
- Argumenta ante sus compañeros de GC lo que considera infinitamente grande y lo infinitamente pequeño.
- Elabora un reporte sobre el cálculo aproximado de sumas infinitas.

Nivel Estratégico

- Discute con sus compañeros de GC el concepto de proceso infinito.

- Elabora un reporte sobre procesos finitos e infinitos. para discutirlo con sus compañeros de GC.
- Muestra a sus compañeros de GC ejemplos de procesos infinitos en la vida cotidiana.
- Discute con sus compañeros de GC ejemplos de procesos infinitos en la historia.
- Plantea a sus compañeros la relación entre los procesos infinitos y el concepto de límite.

Metodología

- Se inicia con una conferencia o plática que aborde los procesos finitos e infinitos con el grupo al cual se le aplicará la estrategia, al terminar se les proporcionará un cuestionario para que lo contesten en forma individual.
- Se verá el video de procesos infinitos y finitos, para al final discutirlo en grupo.
- Se evaluará a los alumnos con un examen de diagnóstico y dependiendo de la calificación de los estudiantes se integran en grupo colaborativo de cuatro, un estudiante con alto conocimiento, dos estudiantes en situación intermedia y un estudiante con baja calificación.
- Las actividades se les entregarán a los alumnos impresas.
- Al final de cada actividad se le pedirá al alumno que entregue un reporte de lo aprendido en cada actividad.

Actividad 1. Dibujar en GeoGebra con la herramienta adecuada cinco círculos y con la fórmula calcular el área de dichos círculos. En tu cuaderno de trabajo llena la tabla 1 con la siguiente forma y contesta las preguntas.

Círculo	Radio	Fórmula	Área	Perímetro
Círculo 1				
Círculo 2				
Círculo 3				
Círculo 4				
Círculo 5				

Tabla 1. Datos de cinco círculos

Describe qué fue lo que utilizaste para calcular el área y el perímetro.

¿Con cuántos decimales utilizaste el valor de Pi?

¿Sabes qué número es Pi y cuántos decimales tiene?

Actividad 2: Cuestionario C01: Procesos infinitos e introducción al concepto de límite.

Entregar al alumno al final de la sesión 1.

Actividad extraclase realizada en equipo como preparación a su discusión al inicio de la sesión 2.

1. Dado un segmento $\overline{AB} = 1\text{m}$. Supóngase que otro segmento $\overline{BC} = \frac{1}{2}\text{m}$ es añadido. Se continúa de esta manera, añadiendo segmentos de $\frac{1}{4}\text{m}$, $\frac{1}{8}\text{m}$, $\frac{1}{16}\text{m}$, etc. Ver Figura 3.

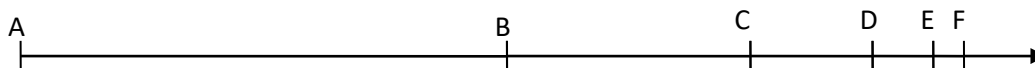


Figura 3. Representación de la actividad extraclase.

NOTA: Tus respuestas deben considerar que los segmentos de recta representan un intervalo o subconjunto de los números reales y que la adición de segmentos implica agregar una cantidad numérica. Responder las preguntas de la Tabla 2.

Pregunta	SI	NO
¿El proceso de añadir segmentos es infinito?	()	()
¿La suma de los segmento $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \dots = 2$?	()	()
¿Es $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \dots \neq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$?	()	()
¿El límite se alcanza?	()	()

Tabla 2. Preguntas de la actividad extraclase.

2. En una hoja cuadrada. marca los puntos medios de los lados del cuadrado inicial y traza líneas para unir los puntos de tal manera que obtengas un nuevo cuadrado. Ver Figura 4. Elimina los cuatro triángulos rectángulos que se forman al unir los puntos medios (indicados con color azul). Continúe el mismo proceso, y construya otro cuadrado. Ahora recorte de nuevo los correspondientes triángulos rectángulos.

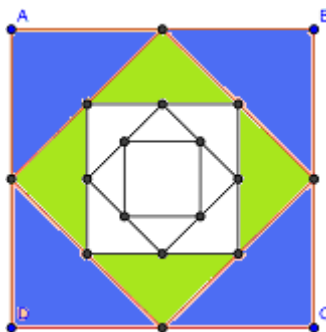


Figura 4. Proceso infinito.

Evalúa las proposiciones de la Tabla 3 como verdaderas (V) o falsas (F).

Afirmación	F	V
El proceso de construcción de los cuadrados es infinito	()	()
El área del cuadrado construido continuamente, se aproxima a cero.	()	()
El área del cuadrado “final” es igual a cero.	()	()
Si el límite del área es igual a cero, entonces se dice que el límite se alcanza.	()	()
Es necesario que el límite se alcance para que exista.	()	()
El tener límite el área del cuadrado implica que se alcance.	()	()

Tabla 3. Proposiciones relacionadas con la Figura 4.

3. La figura 5 representa la gráfica de una función

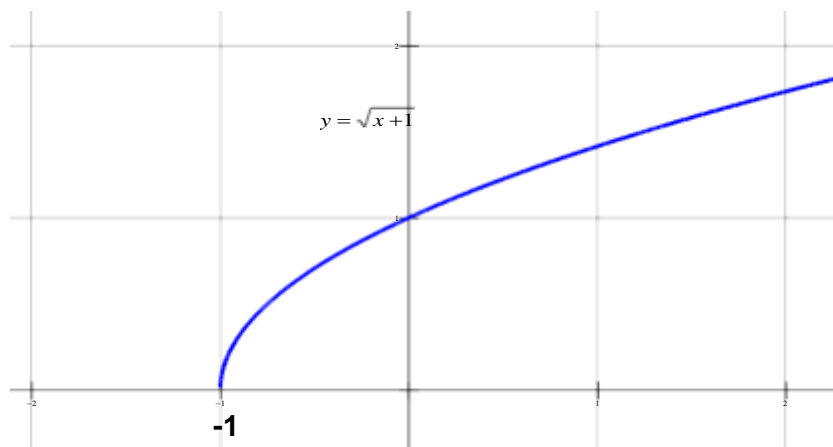


Figura 5. Función y su gráfica.

Completa los siguientes enunciados, de acuerdo a la Figura 5.

El valor de la función $f(a)$ tiende a _____ cuando el valor de $x \rightarrow -1$ y cuando el valor de x es muy grande, $f(a)$ tiende a _____.

Entonces, se puede predecir que el límite de la función es _____ cuando $x \rightarrow -1$.

Recordemos que el concepto de límite desde una perspectiva matemática. Procura entender el límite de una función en la proximidad de $x =$ _____ sin importar que pase en dicho punto. Es decir, puede el valor de la función $f(a)$ ser parte del _____, incluso **NO** existir.

Por ejemplo, que ocurre con el valor de $f(a)$ cuando el valor de x se aproxima a -2 . El límite _____ porque está fuera de su dominio.

5. Recursos

- Actividad de Aprendizaje A01
- Cuestionario C01
- Discusión D01 Procesos infinitos y aproximación al área del círculo
- Problemas P01.
- Video digital explicativo introducción al límite (V01) y procesos infinitos (V02).
- Software WinPlot
- Software GeoGebra

6. El proceso de metacognición.

En el formato de las secuencias didácticas de límites y continuidad se propone algunos apartados para que el estudiante reflexione sobre su desempeño y el de sus compañeros de equipo, ya que la socialización del conocimiento es parte de la convivencia diaria en las instituciones educativas, por eso en las secuencias se ha integrado el trabajo colaborativo y el autónomo que hace responsable al estudiante de su aprendizaje, que se promueva el respeto a las opiniones de sus compañeros, así como propiciar la honestidad, puntualidad y la motivación por aprender matemáticas.

Conclusiones

Las secuencias didácticas son una forma alternativa de organizar los contenidos matemáticos, que tienen por objetivo que el estudiante logre aprendizaje con el trabajo colaborativo y autónomo, en este caso de límites y continuidad. Las secuencias didácticas conforman un gran apoyo para que el alumno analice, conjeture y redacte sus propias conclusiones, lo que permite el aprender a aprender. La consulta de los videos se sugiere que sea en grupo colaborativo y en trabajo extraclase. Es cierto que el video se debe de ver en conjunto con el especialista de matemáticas, pero también el alumno debe tener la capacidad para, al menos, lograr entender lo mínimo de los contenidos tratados en el video.

Los valores son aspectos importantes porque la socialización del conocimiento es parte de la convivencia diaria en las instituciones educativas y con las secuencias didácticas propuestas se propicia la motivación para aprender, al igual que la honestidad, la puntualidad y el respeto, ya que las generaciones actuales de alumnos universitarios tienen tanta distracciones, que resulta casi imposible competir con las actividades planeadas para trabajo en el aula. Se ha incluido el trabajo con el Software libre WinPlot y el GeoGebra, para incentivar los acercamientos gráfico y numérico en el cálculo de límites, apoyados con los cuestionarios y los problemarios. Los instrumentos de evaluación se considera que cumplieron con la función encomendada dentro de las secuencias didácticas, pero son perfectibles, así que en reunión posterior con los investigadores del ITCG, UAN, UJED y UASLP, se analizarán en detalle la información generada respectivamente, tendiente a

mejorar las actividades para aprendizaje. Este tipo de trabajos son propuestas didácticas para optimizar la labor docente, con la finalidad de que se le dé un cambio sustantivo a la tarea que los actores de la enseñanza y aprendizaje desarrollan en el aula, que de la misma forma como se propone que los alumnos trabajen colaborativamente, los profesores agrupados en las academias o en los cuerpos académicos sesionen y propongan alternativas de enseñanza de las matemáticas, para lograr en el estudiante un aprendizaje significativo.

Bibliografía

- Fregoso, J. R. (2006). Tesis de Maestría en Ciencias en Enseñanza de las Matemáticas. Departamento de matemáticas. CUCEI. Universidad de Guadalajara
- González L., Radillo, M. y Paredes, I. (2010) el uso de diferentes programas de cómputo para la enseñanza del límite de una función racional, caso $0/0$. Seminario Nacional de Tecnología Computacional en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas.
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. En L. Guerrero, R. García R, A. Sepúlveda & C. Cortés (Ed.), Memorias de las conferencias plenarias del XI Encuentro de Profesores de Matemáticas. Morelia, Michoacán, pp. 1-26.
- Martínez, J. C., Pantoja, R., Castillo, L. Hernández, J. C. (2011). Ambientes para aprendizaje apoyados con el winplot y el video digital: el caso de límites y continuidad. Memoria del 8o SEMINARIO NACIONAL. Enseñanza de las Matemáticas con las Tecnologías de la Información y Comunicación.
- Martínez, J. C., Castillo, L., Pantoja, R., Nesterova, E. (2010). Los profesores de matemáticas usan los videos, los investigadores de matemáticas los rechazan, pero son parte de las nuevas tecnologías ¿o no?. Lecturas: Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas Vía la Computadora, Volumen IV, 2010. Departamento de Ciencias Básicas, ITCG. DGEST. SEP.
- Modelo Académico y Curricular (2011). UAN
- Ortega, M. I. (2012). Trabajo Colaborativo y la entrevista clínica en el aprendizaje de límites y continuidad. Memoria de la Jornada de Investigación 2012.
- Ortega, M. I., Pantoja, R., Mendoza, S. Castillo, L. Límites y continuidad en un ambiente para aprendizaje con video digital y winplot en la universidad autónoma de nayarit, , REVISTA FUENTE. ISSN 2007-0713, Vol.3, Pag.69-81.
- Pantoja, R., Betancourt, A. Ortega, M. I., Hernández, J. C. (2014). Diseño instruccional para el aprendizaje del concepto de límite: Un estudio de caso en el ITCG, la UJED, la UASLP y la UAN. REVISTA UNION. www.fisem.org/web/union, ISSN: 1815-0640, Número 37. Marzo de 2014, páginas 91-110.
- Pantoja, R., Martínez, J. C., Nesterova, E., Castillo, L. (2011). Diseño instruccional con soporte en videos digitales y WinPlot para el aprendizaje de Límites. Memorias de la XX Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas. ISBN: 978-607-7782-91-9.
- Tobón, S., Pimienta, J. y García, J. (2010). Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias. México: Pearson Educación.